

# ПАРАМЕТРИЗАЦИИ МОЛЕКУЛЯРНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ В НИЖНЕЙ И СРЕДНЕЙ АТМОСФЕРЕ В ДАЛЬНЕМ И СРЕДНЕМ ИК ДИАПАЗОНАХ

И.В. Мингалев<sup>1</sup>, К.Г. Орлов<sup>1</sup>, Е.А. Федотова<sup>1</sup>, Б.А. Фомин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Полярный геофизический институт РАН, 184209, Мурманская обл., г. Апатиты, ул. Академгородок, 26а

<sup>2</sup>Центральная аэрологическая обсерватория РОСГИДРОМЕТ, 141700, Московская обл., г. Долгопрудный, ул. Первомайская, 3

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 17-01-00100, а также программы президиума РАН № 7.

В данной работе представлен набор параметризаций молекулярного поглощения в атмосфере Земли в диапазоне частот от 10 до 2000 см<sup>-1</sup> в интервале высот от поверхности Земли до 76 км. Все параметризации построены по определенному алгоритму. Проведено сравнение результатов расчетов поля собственного излучения атмосферы Земли, с использованием этих параметризаций с результатами эталонных расчетов (Line-by-Line), которые выполнены с разрешением по частоте излучения 0.001 см<sup>-1</sup>. При расчетах использовалось приближение горизонтальной однородной атмосферы. Для численного решения 1-мерного по пространству уравнения переноса излучения использовался один из вариантов метода дискретных ординат.

## Введение

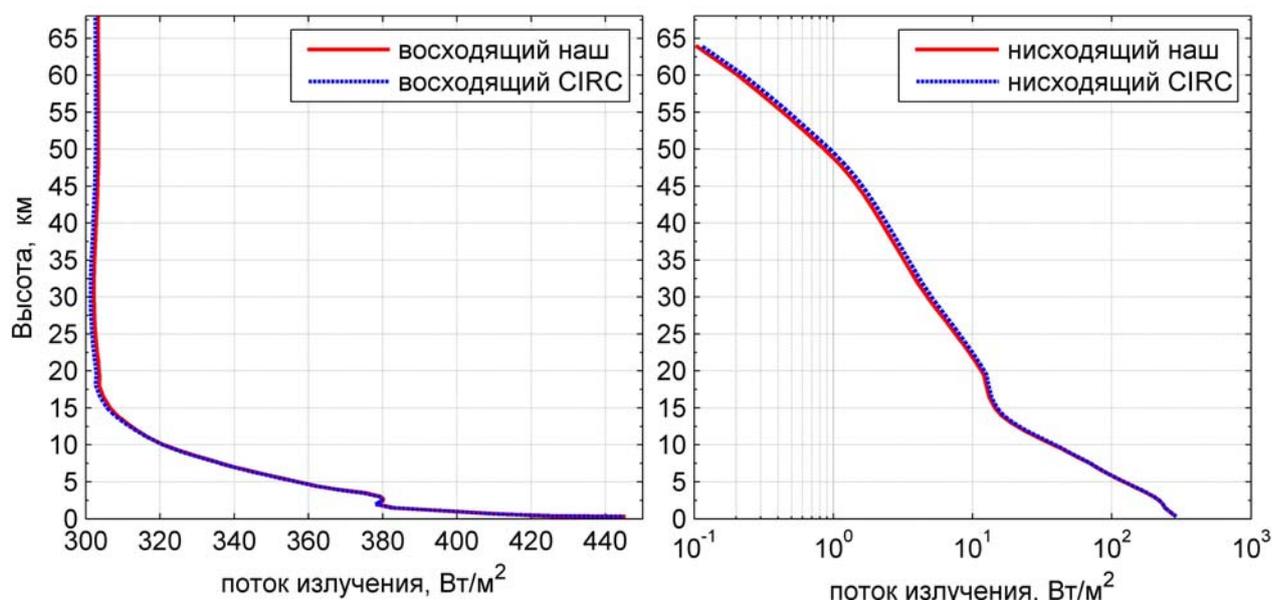
Расчет поля собственного ИК - излучения атмосферы необходим в различных физических приложениях, в частности, для интерпретации данных дистанционного зондирования атмосферы, а также для расчета нагрева атмосферы собственным ИК - излучением. При моделировании общей циркуляции атмосферы Земли необходимо проводить расчет нагрева атмосферы собственным ИК - излучением в диапазоне частот от 10 до 3000 см<sup>-1</sup>. При этом возникает проблема скорости проведения таких расчетов. Для гарантированного достижения точности 1-2 % разрешение по частоте должно составлять, примерно, 0.001 см<sup>-1</sup>. Расчеты с таким высоким разрешением по частоте называются эталонными расчетами (Line-by-Line). Они требуют очень больших вычислительных затрат и по этой причине не могут использоваться в моделях общей циркуляции атмосферы в настоящее время и в обозримом будущем.

Для решения указанной проблемы разработан метод быстрого расчета поля излучения, для названия которого используются термин «метод correlated K-distribution» и термин «метод лебеговского осреднения сечений поглощения по частоте» [1–4, 6, 7]. Основная идея этого метода состоит в том, что узкие спектральные каналы по определенному алгоритму объединяются в группы. Каждая такая группа заменяется на один широкий модельный канал, который также называют членом k-распределения. В результате несколько миллионов узких спектральных каналов заменяются на несколько десятков или несколько сотен модельных каналов, для каждого из которых проводится численное решение уравнения переноса излучения. Процедуру построения указанных модельных каналов называют построением параметризации молекулярного поглощения. Для проверки точности

построенной параметризации результаты расчета поля излучения в модельных каналах сравниваются с результатами эталонных расчетов.

К настоящему времени создано большое число различных параметризаций молекулярного поглощения в атмосфере Земли в частотном диапазоне  $10\text{-}3000\text{ см}^{-1}$ , которые содержат от нескольких десятков до 150-200 модельных каналов. Общая особенность этих параметризаций заключается в том, что все они обеспечивают хорошую точность (в пределах  $0,5\text{ К/сутки}$ ) расчетов скоростей нагревания-выхолаживания атмосферы за счет собственного излучения на высотах тропосферы и нижней стратосферы (примерно, до 20 км). На больших высотах точность этих параметризаций существенно ухудшается. Цель данной работы состоит в том, чтобы создать семейство параметризаций молекулярного поглощения в атмосфере Земли, которые обладают приемлемой точностью не только в тропосфере, но также в стратосфере и нижней мезосфере.

Для проверки точности нашего блока эталонных расчетов собственного излучения атмосферы Земли авторы провели сравнение наших расчетов с эталонными расчетами, выполненными другими научными группами в рамках международного проекта Continual Intercomparison of Radiation Codes (CIRC, <https://circ.gsfc.nasa.gov>).



**Рис. 1.** Восходящий и нисходящий потоки собственного излучения атмосферы Земли в интервале  $10\text{-}3000\text{ см}^{-1}$ , полученные при эталонных расчетах нами и другими авторами в рамках проекта CIRC.

На рис. 1 представлены восходящий и нисходящий потоки собственного излучения атмосферы Земли в частотном интервале  $10\text{-}3000\text{ см}^{-1}$ , полученные с помощью эталонных расчетов нами и другими авторами в рамках проекта CIRC при одинаковых оптических параметрах атмосферы. Видно, что потоки совпадают с высокой точностью, не хуже 1%.

### Общий алгоритм построения параметризации

Алгоритм построения параметризации состоит в следующем. Весь участок спектра разбивается на широкие интервалы, которые далее будем называть интервалами осреднения. Ширину этих интервалов следует брать не менее  $50\text{ см}^{-1}$ . В каждом интервале осреднения узкие спектральные каналы по различным алгоритмам объединяются в широкие модельные каналы, которые часто называют членами  $k$ -распределения или носителями резонансов.

В данной работе использовался следующий алгоритм построения модельных каналов. Рассмотрим интервал осреднения  $[\nu_{\min}, \nu_{\max}]$ . Обозначим через  $N$  – число модельных каналов, которые строятся этого интервала осреднения, через  $h_c$  – высоту сортировки, на которой производится объединение узких каналов в широкие модельные каналы, через  $K^{mol}(h_k, \nu_i)$  – объемный коэффициент молекулярного поглощения в узких спектральных каналах, который рассчитывается с использованием спектроскопической базы данных HITRAN 2012 (здесь  $h_k$  – высота от поверхности Земли,  $\nu_i$  – частота). На высоте сортировки  $h_c$ , в интервале частот  $[\nu_{\min}, \nu_{\max}]$  рассчитываются максимальное и минимальное значения коэффициента молекулярного поглощения:

$$K_{\min} = \min_{\nu_i} K^{mol}(h_c, \nu_i), \quad K_{\max} = \max_{\nu_i} K^{mol}(h_c, \nu_i).$$

Для построения широких модельных каналов вводится сетка значений объемного коэффициента молекулярного поглощения на высоте сортировки. В данной работе использовалась равномерная сетка в логарифмическом масштабе, заданная следующим образом:

$$K_j = (K_{\min})^{(1-j/N)} \cdot (K_{\max})^{(j/N)}, \quad j = 1, 2, \dots, N.$$

После построения этой сетки осуществляется сортировка узких каналов на группы, которые объединяются в широкие модельные каналы. Все узкие каналы, для которых выполняется условие  $K^{mol}(h_c, \nu_i) \in (K_{j-1}, K_j]$ , объединяются в широкий модельный канал с номером  $j$ . Обозначим через  $M_j$  – число узких каналов, вошедших в модельный канал с номером  $j$ , а через  $\Omega_j = (i_{j,1}, \dots, i_{j,M_j})$  – список номеров узких каналов, вошедших в модельный канал с номером  $j$ , записанных в порядке возрастания. Для каждого узла сетки по высоте  $h_k$  в широком модельном канале с номером  $j$  вычисляются средние значения функции Планка  $B(T, \nu)$  по формуле:

$$B_j^{mod}(h_k) = \frac{1}{M_j} \sum_{i \in \Omega_j} B(T(h_k), \nu_i),$$

объемного коэффициента поглощения (молекулярного и аэрозольного):

$$K_j^{mod}(h_k) = \frac{1}{B_j^{mod}(h_k) \cdot M_j} \sum_{i \in \Omega_j} K(h_k, \nu_i) \cdot B(T(h_k), \nu_i),$$

объемного коэффициента рассеяния (молекулярного и аэрозольного):

$$\alpha_j^{mod}(h_k) = \frac{1}{B_j^{mod}(h_k) \cdot M_j} \sum_{i \in \Omega_j} \alpha(h_k, \nu_i) \cdot B(T(h_k), \nu_i)$$

альбедо однократного рассеяния:

$$\omega_j(h_k) = \frac{\alpha_j^{mod}(h_k)}{K_j^{mod}(h_k) + \alpha_j^{mod}(h_k)},$$

где  $K(h_k, \nu_i)$ ,  $\alpha(h_k, \nu_i)$  – объемные коэффициенты поглощения (молекулярного и аэрозольного) и рассеяния в узком спектральном канале с частотой  $\nu_i$ , на высоте  $h_k$ ,  $B(T(h_k), \nu_i)$  – значение функции Планка в узком спектральном канале с частотой  $\nu_i$ , на высоте  $h_k$ . Индикатриса рассеяния в модельном канале с номером  $j$  вычисляется по формуле:

$$\chi_j^{mod}(h_k, u) = \frac{1}{\alpha_j^{mod}(h_k) \cdot B_j^{mod}(h_k) \cdot M_j} \sum_{i \in \Omega_j} \chi(h_k, \nu_i, u) \cdot \alpha(h_k, \nu_i) \cdot B(T(h_k), \nu_i),$$

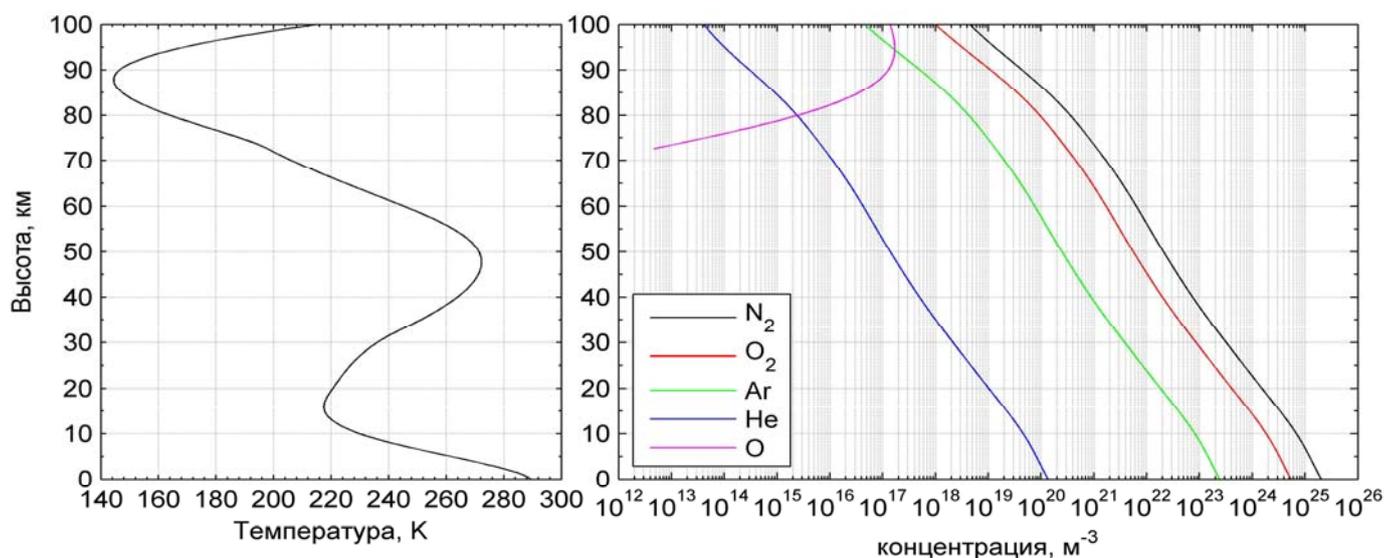
где  $\chi(h_k, \nu_i, u)$  - индикатриса рассеяния для излучения с частотой  $\nu_i$ , на высоте  $h_k$ , на угол, косинус которого равен  $u$ .

На этом процесс объединения узких каналов в широкие модельные и вычисления средних значений оптических характеристик в широких модельных каналах выполнен. Таким образом, сотни тысяч узких спектральных каналов заменяются на десятки или сотни (в зависимости от требуемой точности и скорости расчетов) широких модельных каналов. После этого в каждом модельном канале решается одномерное по пространству уравнение переноса излучения.

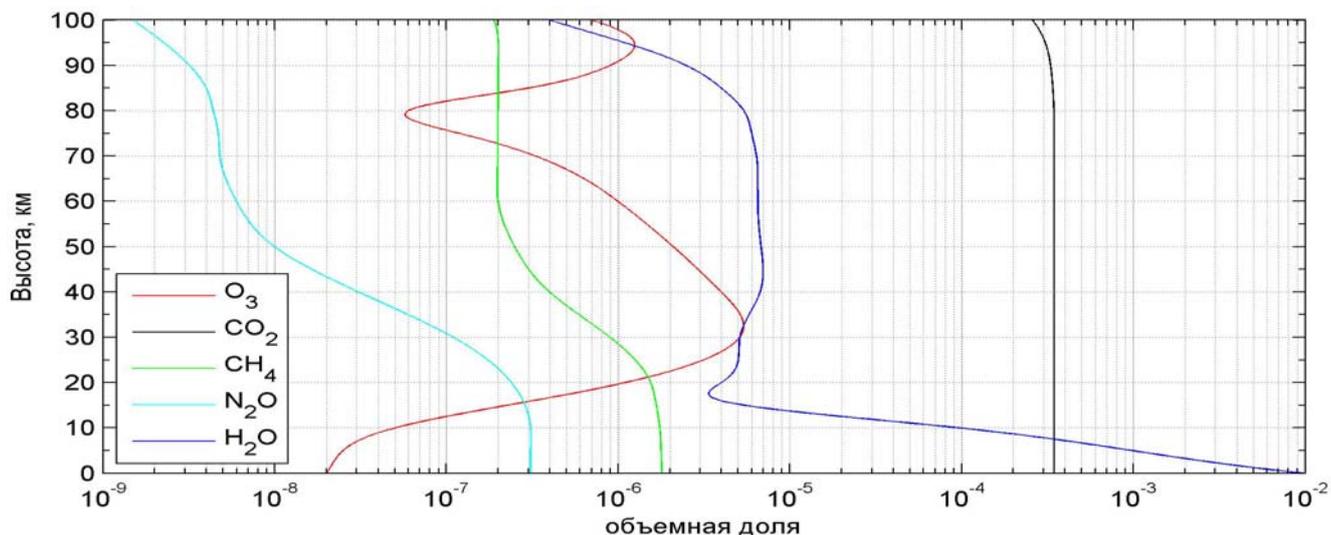
### Результаты расчетов

Авторами данной работы были проведены эталонные расчеты (Line-by-Line) поля собственного излучения атмосферы Земли в приближении горизонтальной однородной атмосферы и расчеты этого поля, выполненные с использованием параметризаций оптических характеристик атмосферы Земли, в интервале высот от поверхности Земли до высоты 76 км. Расчеты проводились для различного числа модельных каналов, на разных высотах сортировки. Для численного решения уравнение переноса излучения используется вариант метода дискретных ординат, детально описанный в работе [5]. В расчетах использовались равномерная сетка по высоте с шагом 200 метров и равномерная сетка по зенитным углам с шагом менее 9 градусов, учитывалось молекулярное и аэрозольное рассеяние [8-13].

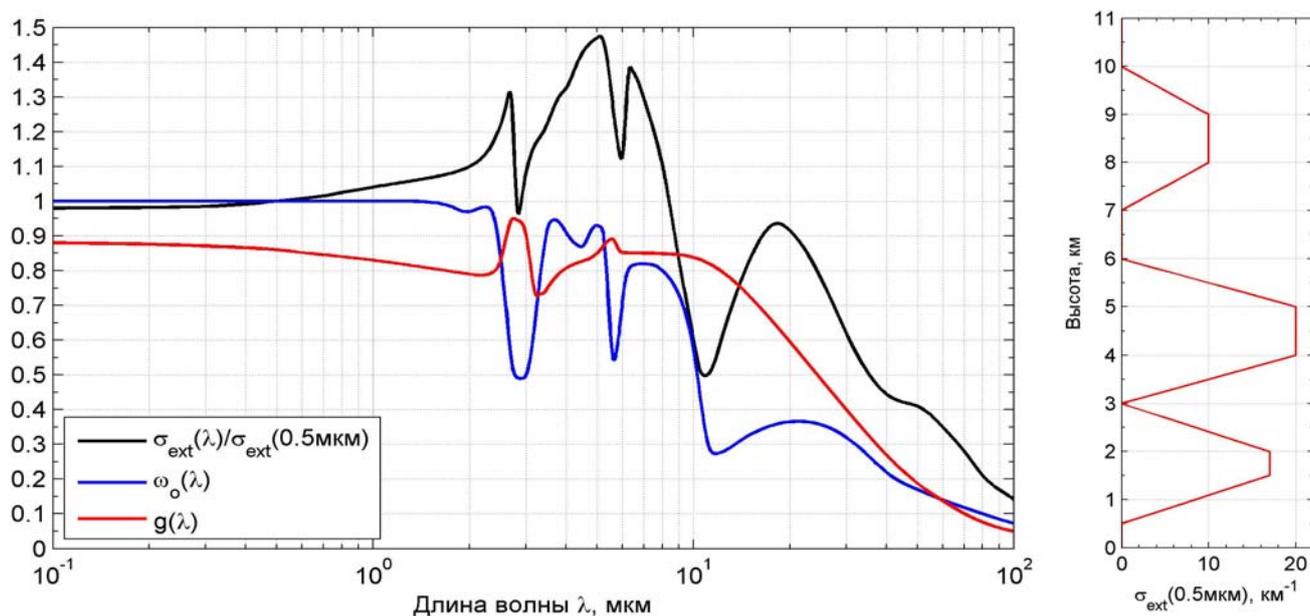
В расчетах использовались вертикальные профили температуры и концентраций основных атмосферных газов, рассчитанные по эмпирической модели NRLMSISE-00 для условий июля над северной Атлантикой на широте  $55^\circ$  и приведенные на рис.1. Также использовались вертикальные профили объемных долей малых газовых составляющих, показанные на рис. 2. На рис. 3 показаны нормированный коэффициент экстинкции, альbedo однократного рассеяния и параметр асимметрии для аэрозольных частиц в облаках, построенные по экспериментальным данным, приведенным в монографии [10], а также зависимость от высоты коэффициента экстинкции в верхнем, среднем и нижнем облачных слоях при длине волны 0.5 мкм. В атмосфере рассматриваются три типа фоновых аэрозолей: континентальные, морские и стратосферные аэрозоли. Оптические параметры этих аэрозолей взяты из работы [14].



**Рис. 1.** Вертикальный профиль температуры (слева) и вертикальные профили концентраций основных атмосферных газов (справа)



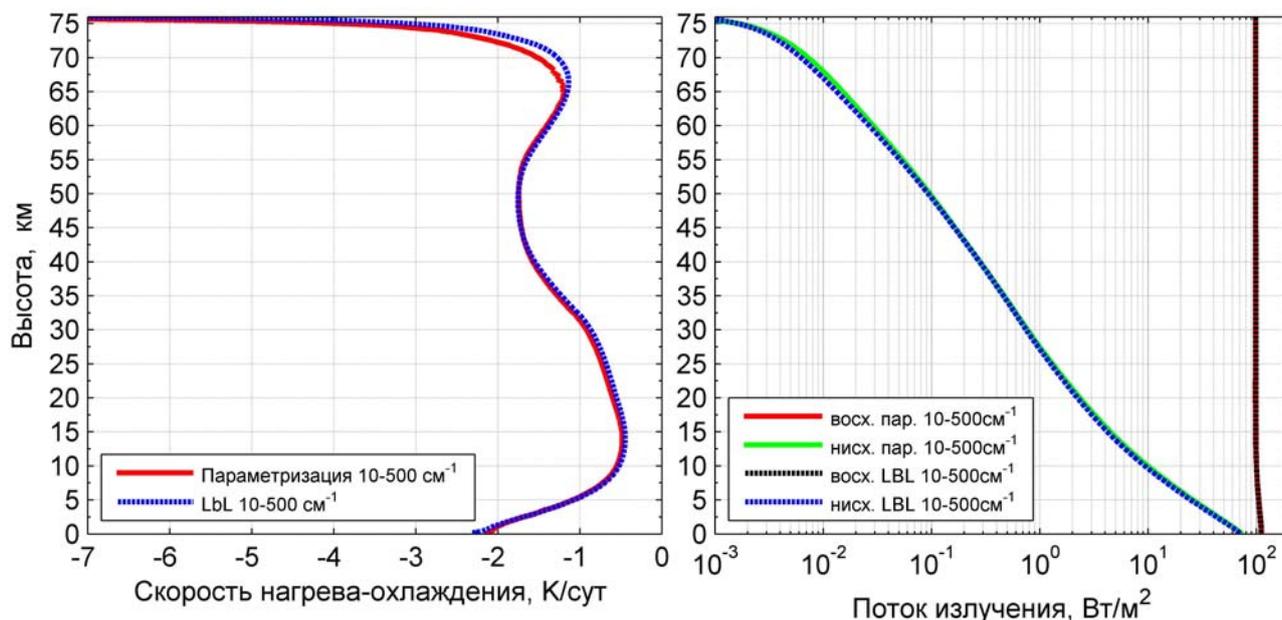
**Рис. 2.** Вертикальные профили объемных долей малых газовых составляющих



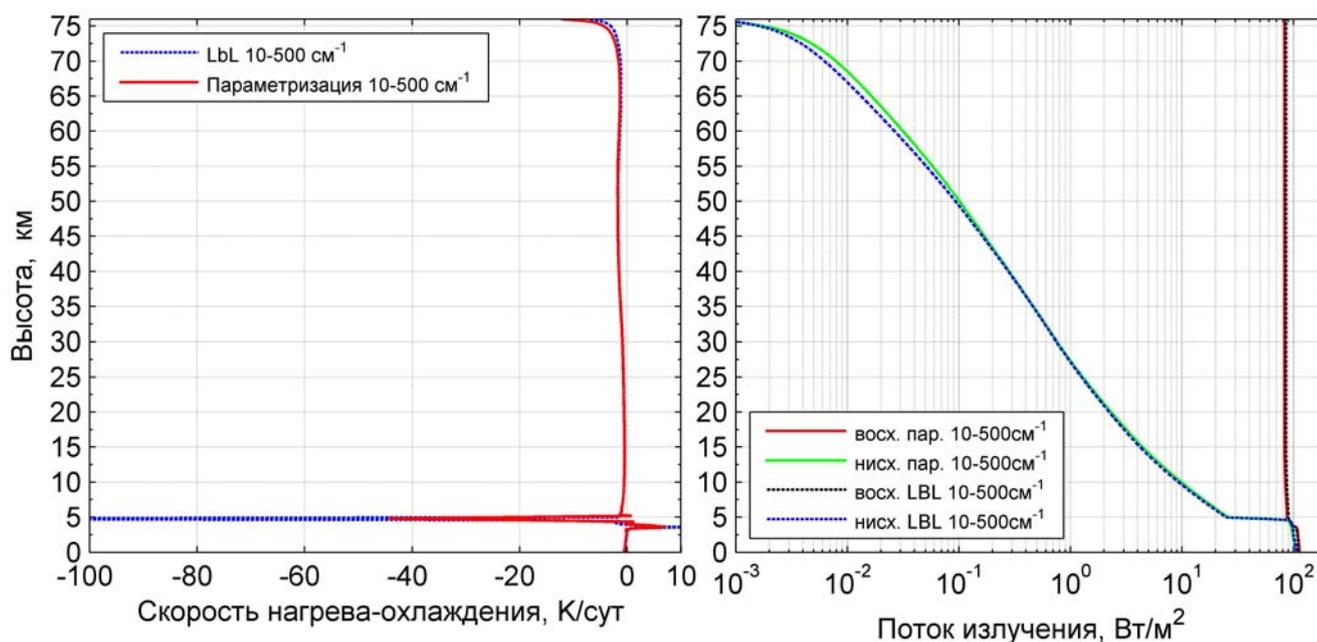
**Рис. 3.** Слева: использованные в расчетах нормированный коэффициент экстинкции, альbedo однократного рассеяния и параметр асимметрии для аэрозольных частиц в облаках, справа: зависимость от высоты коэффициента экстинкции в верхнем, среднем и нижнем облачных слоях при длине волны 0.5 мкм

На рис. 4 представлены потоки восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне  $10\text{-}500\text{ см}^{-1}$  в безоблачной атмосфере и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков, полученные с помощью эталонных расчетов, а также с помощью расчетов, когда используется следующая параметризация. Весь диапазон делится на 10 интервалов осреднения ( $10\text{-}50\text{ см}^{-1}$ ,  $50\text{-}100\text{ см}^{-1}$ ,  $100\text{-}150\text{ см}^{-1}$ , ...,  $450\text{-}500\text{ см}^{-1}$ ), а затем в каждом интервале осреднения узкие каналы объединяются в 25 модельных каналов, ширина которых определяется в процессе сортировки, которая производится на высоте 45 км. Таким образом, 490000 узких спектральных каналов заменяются на 250 модельных каналов, в каждом из которых решается уравнение переноса излучения. Из рис. 4 видно, что скорость нагрева-охлаждения атмосферы с использованием параметризации очень близка к эталонным расчетам. Наибольшее отклонение от эталонных расчетов при такой параметризации достигается на высоте 70 км и составляет около 0.25 К/сутки. Потоки

восходящего и нисходящего излучения рассчитанные с использованием параметризации совпадают с эталонными расчетами с относительной погрешностью меньше 1%.



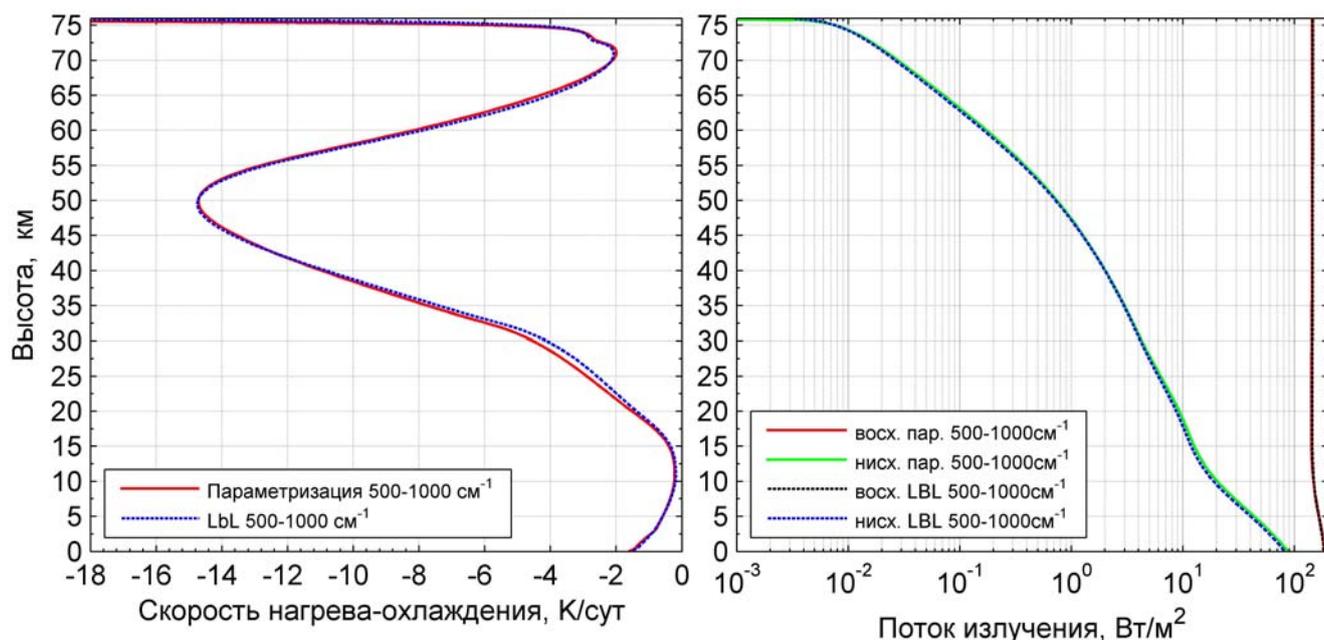
**Рис. 4.** *Потоки восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне  $10-500\text{ см}^{-1}$  в безоблачной атмосфере и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков.*



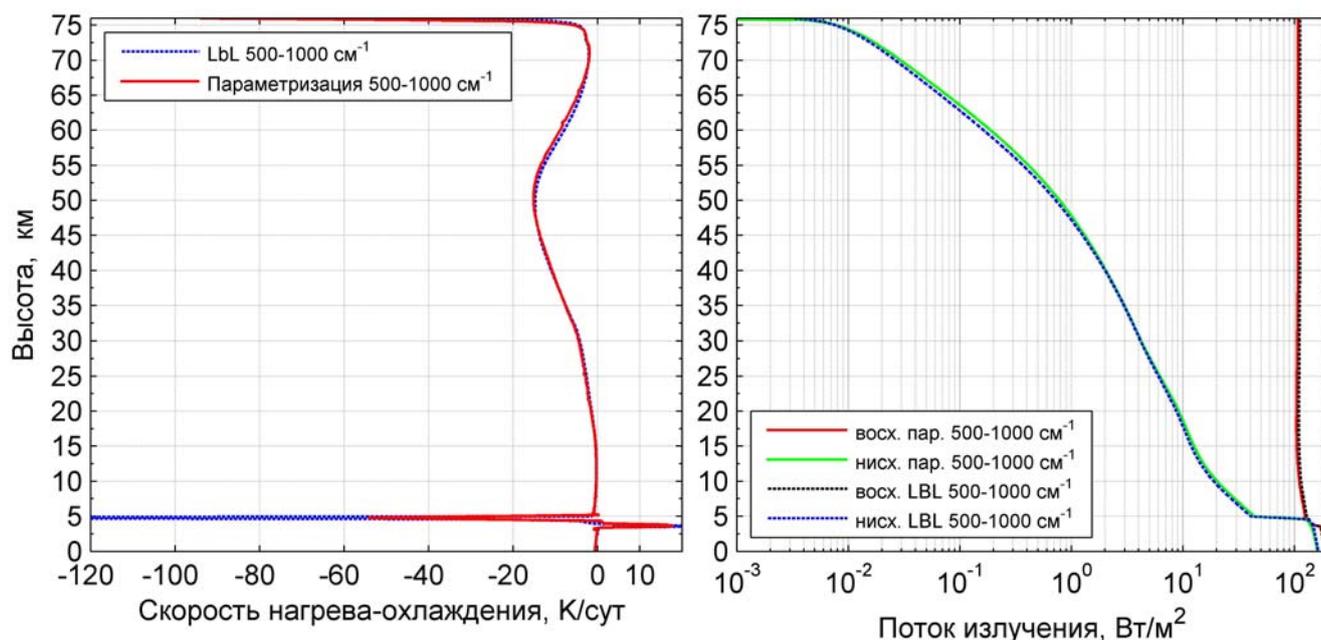
**Рис. 5.** *Потоки восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне  $10-500\text{ см}^{-1}$  при наличии среднего облачного слоя и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков.*

На рис. 5 представлены те же самые параметры, что и на рис. 4, только рассчитанные при наличии среднего облачного слоя. Видно, что отклонение между потоками и скоростями нагрева, полученными при эталонных расчетах и при расчетах с использованием параметризации, вне облачного слоя примерно такое же как на рис. 4, а внутри облачного слоя на высотах около 5 км это отклонение существенно возрастает. На этой высоте скорость нагрева-охлаждения воздуха за счет переноса собственного излучения атмосферы в интервале частот от 10 до  $500\text{ см}^{-1}$  достигает

значений  $-100$  К/сут при эталонных расчетах, а при расчетах с использованием параметризации достигает значений  $-45$  К/сут.



**Рис. 6.** Поток восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне  $500-1000$  см<sup>-1</sup> в безоблачной атмосфере и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков.

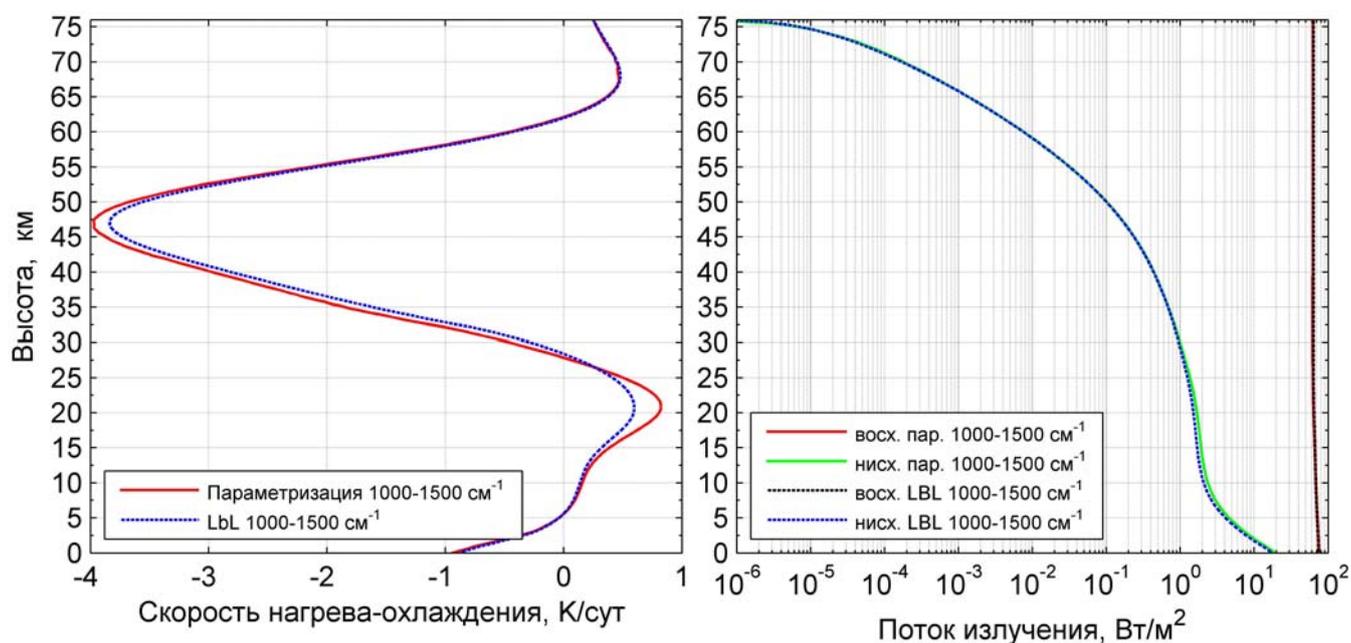


**Рис. 7.** Поток восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне  $500-1000$  см<sup>-1</sup> при наличии среднего облачного слоя и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков.

На рис. 6 представлены потоки восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне  $500-1000$  см<sup>-1</sup> в безоблачной атмосфере и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков, полученные с помощью эталонных расчетов, а также с помощью расчетов, когда используется следующая параметризация. Весь диапазон также делится на 10 интервалов осреднения ( $500-550$  см<sup>-1</sup>,  $550-600$  см<sup>-1</sup>,  $600-650$  см<sup>-1</sup>, ...,  $950-1000$  см<sup>-1</sup>), а затем в каждом интервале осреднения узкие каналы объединяются в 25 модельных каналов, ширина которых определяется в процессе сортировки, которая производится на высоте 45 км. Таким

образом, 500000 узких спектральных каналов заменяются на 250 модельных каналов. Из рис. 6 видно, что скорость нагрева-охлаждения атмосферы с использованием параметризации близка к эталонным расчетам, с относительной погрешностью меньше 1-2%. Потоки восходящего и нисходящего излучения рассчитанные с использованием параметризации также совпадают с эталонными расчетами с относительной погрешностью меньше 1%.

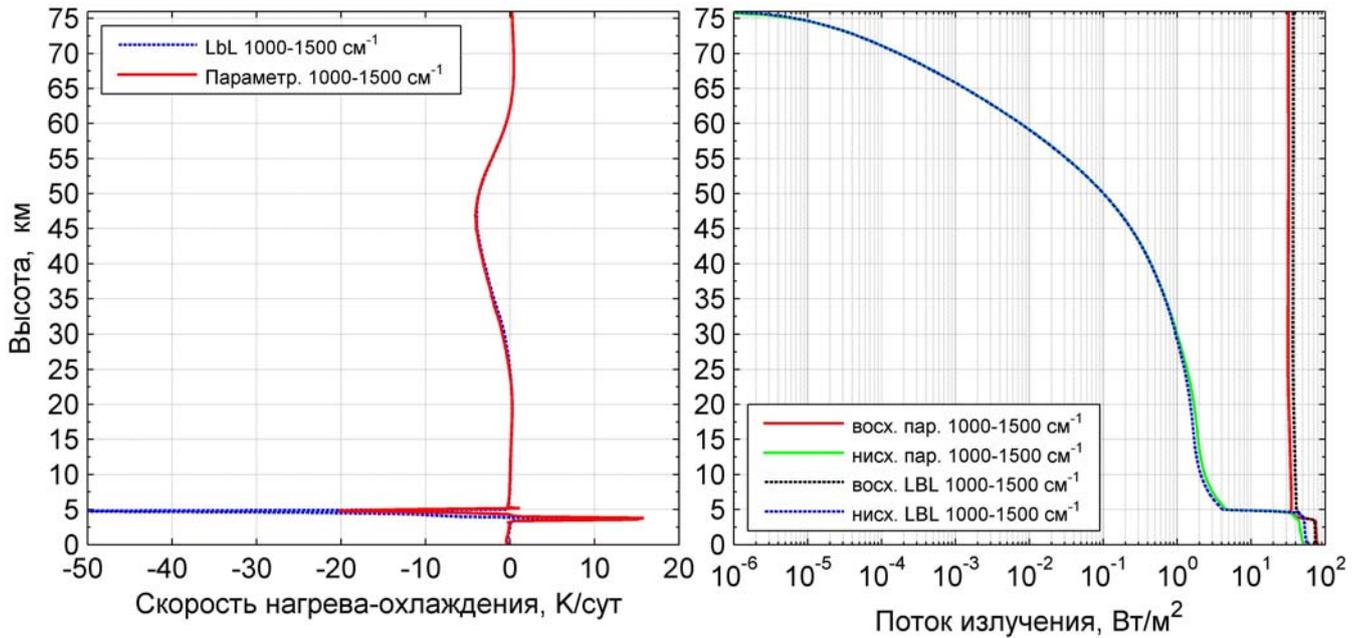
На рис. 7 представлены такие же параметры, что и на рис. 6, только рассчитанные при наличии среднего облачного слоя. Видно, что отклонение между потоками и скоростями нагрева, полученными при эталонных расчетах и при расчетах с использованием параметризации, вне облачного слоя примерно такое же как на рис.4, а внутри облачного слоя на высотах около 5 км это отклонение возрастает. На этой высоте скорость нагрева-охлаждения воздуха за счет переноса собственного излучения атмосферы в интервале частот от 500 до 1000  $\text{см}^{-1}$  достигает значений -120 К/сут при эталонных расчетах, и значений -55 К/сут при расчетах с использованием параметризации.



**Рис. 8.** Потоки восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне 1000-1500  $\text{см}^{-1}$  в безоблачной атмосфере и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков.

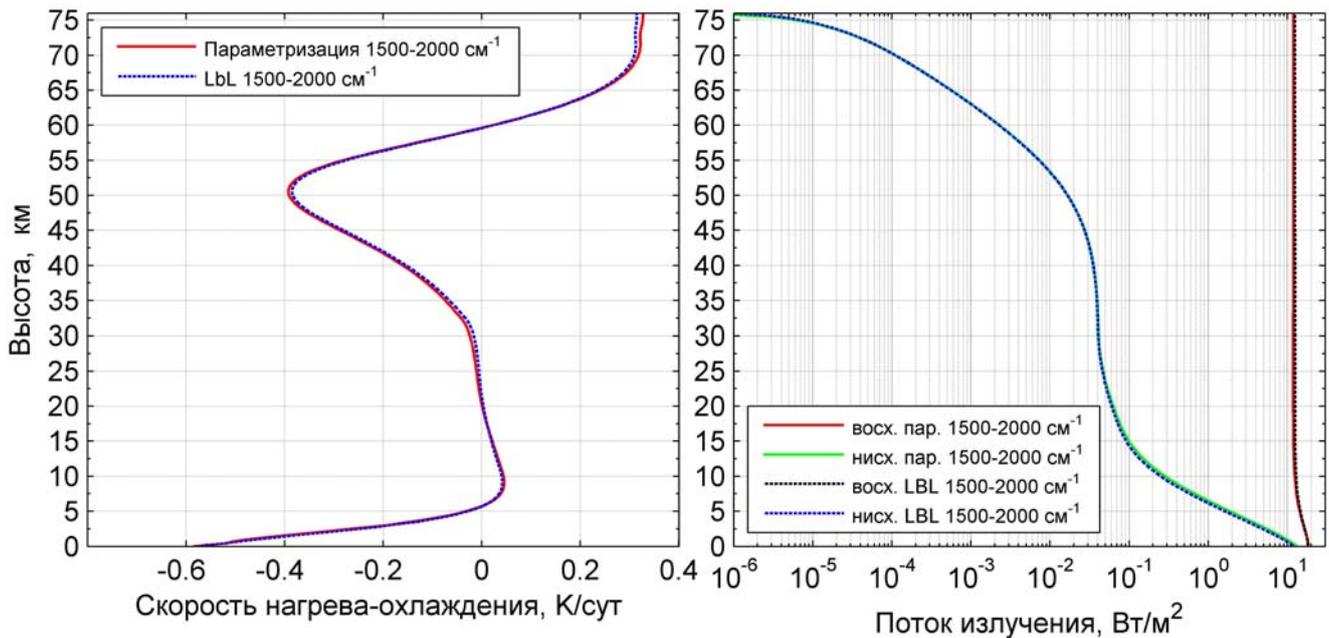
На рис. 8 представлены потоки восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне 1000-1500  $\text{см}^{-1}$  в безоблачной атмосфере и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков, полученные с помощью эталонных расчетов, а также с помощью расчетов, когда используется следующая параметризация. Весь диапазон делится на 10 интервалов осреднения (1000-1050  $\text{см}^{-1}$ , 1050-1100  $\text{см}^{-1}$ , 1100-1150  $\text{см}^{-1}$ , ..., 1450-1500  $\text{см}^{-1}$ ), а затем в каждом интервале осреднения узкие каналы объединяются в 20 модельных каналов. В этом частотном диапазоне объединение узких спектральных каналов в широкие модельные каналы производится на высоте 43 км.

Из рис. 8 видно, что скорость нагрева-охлаждения атмосферы с использованием параметризации близка к эталонным расчетам, с относительной погрешностью меньше 2%. Потоки восходящего и нисходящего излучения рассчитанные с использованием параметризации также совпадают с эталонными расчетами с относительной погрешностью меньше 1%.

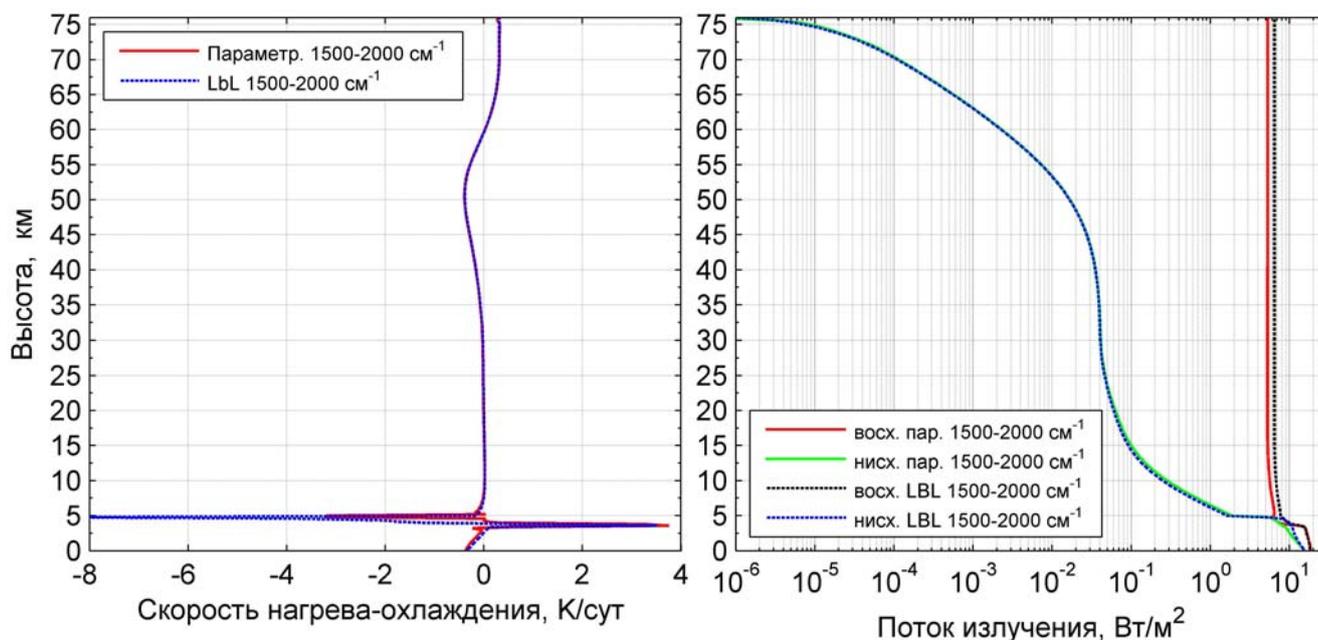


**Рис. 9.** *Потоки восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне 1000-1500 см<sup>-1</sup> при наличии среднего облачного слоя и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков.*

На рис. 9 представлены те же самые параметры, что и на рис. 6, только рассчитанные при наличии среднего облачного слоя. Видно, что отклонение между потоками и скоростями нагрева, полученными при эталонных расчетах и при расчетах с использованием параметризации, вне облачного слоя примерно такое же как на рис.7, а внутри облачного слоя на высотах около 5 км это отклонение существенно возрастает. На этой высоте скорость нагрева-охлаждения воздуха за счет переноса собственного излучения атмосферы в интервале частот от 1000 до 1500 см<sup>-1</sup> достигает значений -50 К/сут при эталонных расчетах, а при расчетах с использованием параметризации достигает значений -20 К/сут.



**Рис. 10.** *Потоки восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне 1500-2000 см<sup>-1</sup> в безоблачной атмосфере и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков.*



**Рис. 11.** *Потоки восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне 1500-2000 см<sup>-1</sup> при наличии среднего облачного слоя и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков.*

На рис. 10 представлены потоки восходящего и нисходящего собственного излучения в частотном диапазоне 1500-2000 см<sup>-1</sup> в безоблачной атмосфере и скорости нагрева-охлаждения атмосферного газа за счет этих потоков, полученные с помощью эталонных расчетов, а также с помощью расчетов, когда используется следующая параметризация. Весь диапазон также делится на 10 интервалов осреднения (1500-1550 см<sup>-1</sup>, 1550-1600 см<sup>-1</sup>, 1600-1650 см<sup>-1</sup>, ..., 1950-2000 см<sup>-1</sup>), а затем в каждом интервале осреднения узкие каналы объединяются в 20 модельных каналов. В этом частотном диапазоне объединение узких спектральных каналов в широкие модельные каналы производится на высоте 43 км.

Из рис. 10 видно, что скорость нагрева-охлаждения атмосферы с использованием параметризации близка к эталонным расчетам, с относительной погрешностью меньше 1%. Потоки восходящего и нисходящего излучения, рассчитанные с использованием параметризации также совпадают с эталонными расчетами с относительной погрешностью меньше 1%.

На рис. 11 представлены те же самые параметры, что и на рис. 10, только рассчитанные при наличии среднего облачного слоя. Видно, что отклонение между потоками и скоростями нагрева, полученными при эталонных расчетах и при расчетах с использованием параметризации, вне облачного слоя примерно такое же как на рис. 9, а внутри облачного слоя на высотах около 5 км это отклонение возрастает. На этой высоте скорость нагрева-охлаждения воздуха за счет переноса собственного излучения атмосферы в интервале частот от 1500 до 2000 см<sup>-1</sup> достигает значений -8 К/сут при эталонных расчетах, а при расчетах с использованием параметризации достигает значений -3 К/сут.

### Заключение

Результаты расчетов показали, что в безоблачной атмосфере в спектральных интервалах 10-500 см<sup>-1</sup>, 500-1000 см<sup>-1</sup>, 1000-1500 см<sup>-1</sup> и 1500-2000 см<sup>-1</sup> потоки восходящего и нисходящего собственного излучения, полученные с помощью эталонных расчетов, и скорости нагрева атмосферного газа за счет этих потоков мало

отличаются от этих же потоков и скоростей нагрева, полученных с помощью расчетов, когда используется параметризация вместо эталонных расчетов. При наличии облачного слоя среднего яруса с большой оптической толщиной различие между выше перечисленными потоками, полученными с помощью эталонных расчетов и этими же потоками, полученными с помощью расчетов, использующих параметризацию, вне облачного слоя примерно такое же как в случае безоблачной атмосферы. Внутри облачного слоя это различие возрастает. Скорости нагрева атмосферного газа, полученные с помощью эталонных расчетов, на границах облачного слоя наиболее существенно отличаются от этих же скоростей, полученными с помощью расчетов, использующих параметризацию. Вне облачного слоя отличие между этими скоростями примерно такое же, как в случае безоблачной атмосферы.

Таким образом наличие облачных слоев с большой оптической толщиной ухудшает на границах этих слоев точность расчетов, использующих параметризацию. Вне облачных слоев точность этих расчетов практически не снижается.

### Литература

1. *Fomin B.A.* A k-distribution technique for radiative transfer simulation in inhomogeneous atmosphere: 1. FKDM, fast k-distribution model for the longwave // J. Geophys. Res. 2004. Vol. 109, D02110.
2. *Fomin B.A., Correa P.M.* A k-distribution technique for radiative transfer simulation in inhomogeneous atmosphere: 2. FKDM, fast k-distribution model for the shortwave // J. Geophys. Res. 2005. Vol. 110, D02106.
3. *Mlawer E.J., et al.* Radiative transfer for inhomogeneous atmospheres: RRTM, a validated correlated-k model for the longwave // J. Geophys. Res. 1997. Vol. 102, No. D14, P. 16,663-16,682.
4. *Hogan R.J.* The Full-Spectrum Correlated-k Method for Longwave Atmospheric Radiative Transfer Using an Effective Planck Function // J. Atmos. Sciences. 2010.
5. *Игнатъев Н.И., Мингалев И.В., Родин А.В., Федотова Е.А.* Новый вариант метода дискретных ординат для расчета собственного излучения в горизонтально однородной атмосфере // ЖВМ и МФ, 2015, т. 55, № 10, с. 109–123.
6. *Сушкевич Т.А.* Математические модели переноса излучения. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 661 с.
7. *Шильков А.В., Герцев М.Н.* Верификация метода лебеговского осреднения // Мат. моделирование. 2015. Т. 27, № 8. С.13–31.
8. *Ленюль Ж.* Перенос радиации в рассеивающих и поглощающих атмосферах. Л.: Гидрометиздат, 1990. 264 с.
9. *Нагирнер Д.И.* Лекции по теории переноса излучения: Учеб. пособие. СПб: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2001. 284 с.
10. *Тимофеев Ю.М., Васильев А.В.* Теоретические основы атмосферной оптики. СПб: Наука, 2003. 474 с.
11. *Fomin B.A.* Effective interpolation technique for line-by-line calculations of radiation absorption in gases // J. Quant. Spectrosc. Rad. Transfer. 1995. V. 53. P. 663-669.

12. *Evans K.F.* The Spherical Harmonics Discrete Ordinate Method for Three-Dimensional Atmospheric Radiative Transfer // *J. Of The Atm. Sciences.* 1998. V. 55. P. 429-446
13. *Stamnes K., et al.* Numerically stable algorithm for discrete-ordinate-method radiative transfer in multiple scattering and emitting layered media // *Applied Optics.* 1988. V.27. N.12. P. 2502-2509.
14. *McClatchey R.A., Bolle H.-J., Kondratyev K.Ya.* A preliminary cloudless standard atmosphere for radiation computation // *World Climate Research Programme. International Association For Meteorology And Atmospheric Physics, Radiation Commission.* 1986. WCP 112, WMO/TD-No. 24. 60 p.