Вариационная ассимиляция данных спутниковых наблюдений в модели гидротермодинамики моря

Пармузин Е.И.,
Агошков В.И., Шутяев В.П., Захарова Н.Б.

Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука Российской академии наук

ИКИ РАН, 12.11.2018

Содержание доклада

Общая постановка задачи ассимиляции данных

Рассмотрим математическую модель, описывающую эволюцию гидродинамической системы в виде

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = M\left(x, t\right), \quad t > 0 \\ x\big|_{t=0} = x_0, \end{cases}$$

где x – вектор состояния модели, M – динамический оператор модели, x_0 – вектор начального состояния. При численном моделировании или прогнозе динамический оператор M в общем случае нелинейный и детерминированный, в то время как истинное поле отличается от модельного на случайную или систематическую ошибку.
Как правило, в геофизической гидродинамике рассматривамая система есть система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, которую в математической литературе часто называют системой с распределенными параметрами. Зависимую переменную x называют "полем".

Наблюдения

Наблюдения задаются некоторой вектор-функцией $y^0(t)$, которая удовлетворяет уравнению

$$y^0(t) = H\left(x^t, t\right) + \varepsilon,$$

где H – оператор наблюдений, x^t - истинное поле, ε - функция ошибки (шум). Функция $y^0(t)$ считается заданной, в то время как информация о ε, как правило, отсутствует. Оператор H, так же как M, может быть нелинейным, а также зависеть в общем случае от вектора состояния x. Он задает отображение вектора состояния в пространство наблюдений.

Дискретизация

При дискретизации непрерывной модели по времени часто приходят к дискретной модели, описывающей переход от момента времени t_i в момент t_{i+1}:

$$x\left(t_{i+1}\right) = M_i\left(x\left(t_i\right)\right),$$

где $x\left(t_i\right)$ - вектор состояния размерности n, i – номер шага по времени, M_i - разностный оператор перехода со слоя на слой.
При рассмотрении дискретной модели наблюдения y^0 в момент времени t_i задаются уравнением

$$y_i^0 = H_i\left(x^t\left(t_i\right)\right) + \varepsilon_i,$$

где H_i - оператор наблюдений в момент времени $t = t_i$, x^t - истинное поле течений, ε_i - функция ошибки. Векторы y_i^0 имеют размерности p_i. В большинстве практических задач p_i много меньше n.

Задача об усвоении данных

Для предсказания эволюции в задачах геофизической гидродинамики требуется дополнительная информация о модели (например, начальные условия, неизвестные параметры модели). Эту информацию можно получить с помощью данных наблюдений.

Задача об усвоении данных: *при заданной функции наблюдений* $y^0(t)$ *требуется найти неизвестные параметры модели (например, начальное условие), так, чтобы вектор состояния* x *удовлетворял исходной непрерывной задаче, а вектор* $H(x)$ *был близок в каком-либо смысле к* $y^0(t)$.

Найденное в результате решение x называется оценкой состояния и обозначается x^a.

Идеи ассимиляции данных

- Объективный анализ. Суть его метода – двумерная (2-D) полиномиальная интерполяция данных наблюдений (Кибель, 1949; Gilchrist and Cressman, 1954). Модификация метода (Cressman, 1959) *метод последовательных поправок*, или SCM-метод (Successive Correction Method).
- Метод подгонки (Nudging). Идея метода: $\frac{dx}{dt} = M(x,t) + K\left(y^0 - H(x)\right),\ t \in (0,T), \quad x\big|_{t=0} = x_0$, где K – весовой оператор (nudging or gain matrix). (Hoke, Anthens, 1976; Verron, 1990; Blayo et al, 1994; Blum, Auroux, 2005).
- Оптимальная интерполяция. Наблюдениям присваивают веса, которые связаны с ошибками наблюдений. Поле "бэкграунда" является дополнительным полезным источником информации вместе со своей характеристикой ошибки. (Lorenc, 1981; Derber and Rosati, 1989; Smith, Cummings, 2012; Evensen, 2003; Sakov et al., 2015; Кауркин М.Н., Ибраев Р.А., Беляев К.П., 2016)
- Фильтры Калмана. Статистический метод ассимиляции. Фильтр Калмана оперирует понятием вектора состояния системы (набором параметров, описывающих состояние системы на некоторый момент времени) и его статистическим описанием.
    - *EKF (расширенный фильтр Калмана)* Ghil et al, 1982; Budgell, 1986
    - *EnKF (ансамблевый фильтр Калмана)* Evensen, 2003, 2007; Kalnay et al., 2007; Fertig et al., 2007; Zhang et al., 2009.

Многоэлементный четырехмерный анализ гидрофизических полей на основе динамико-стохастических моделей разрабатывался в МГИ (Саркисян А.С., Кныш В.В., Демышев С.Г., Коротаев Г.К., 1986, 1987).
Модификации алгоритма Калмана на основе аппроксимаций ковариационных матриц использовались при моделировании циркуляции Черного моря (Кныш В.В., Коротаев Г.К., Мизюк А.И., Саркисян А.С., 2012)

Вариационные методы усвоения данных

- Задача об усвоении данных формулируется как задача оптимального управления. Теория: Р. Беллман, 1957; Л.С. Понтрягин, 1962; Н.Н. Красовский, 1969; Ж.-Л. Лионс, 1968; Г.И. Марчук, 1975. Практика: в метеорологии Sasaki, 1970, динамической океанографии Provost and Salmon, 1986.
- Использование теории сопряженных уравнений. Теория: Марчук, 1964; Лионс, 1968; Марчук Г.И., Пененко В.В., 1978; Le Dimet and Talagrand, 1986; Lewis and Derber, 1985. Практика Courier and Talagrand, 1987; Lorenc, 1988; Navon, 1986; Агошков В.И., Марчук Г.И., 1993; Марчук Г.И., Залесный В.Б., 1993; Венцель М., Залесный В.Б., 1996; Шутяев В.П., 2001; Агошков В.И., Пармузин Е.И., Шутяев В.П., 2008, 2013, и др.
- Трехмерное вариационное усвоения данных (3D-VAR). Национальный Центр предсказаний NCEP (Parrish and Derber, 1992). Европейский Центр прогноза погоды ECMWF и NASA Data Assimilation Office (Cohn et al, 1998).
- Четырехмерное усвоение данных (4D-VAR). Впервые система 4D-VAR была применена в Европейском Центре прогноза погоды (Courtier et al, 1994).

Задачи оптимального управления

Задачи об усвоении данных, решаемые как задачи оптимального управление

- Задача о восстановление начального условия – задача инициализации: $dx/dt = M(x,t), \quad x\big|_{t=0} = u, \quad \inf\limits_{u} J(x,u)$
- Задача о восстановление или уточнении правой части: $dx/dt = M(x,t) + f, \quad \inf\limits_{f} J(x,f)$
- Задача об уточнении граничных условий: $dx/dt = M(x,t), \quad x\big|_{\partial\Omega} = u, \quad \inf\limits_{u} J(x,u)$
- Задача о восстановлении параметров модели: $dx/dt = \mu_1 M_1(x,t) + \nu M_2(x,t), \quad \inf\limits_{\mu} J(x,\mu)$

Рассмотрим задачу на интервале $(0, T)$:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = M(x,t), \quad t \in (0,T) \\ x\big|_{t=0} = x_0 \end{cases}$$

и введем функционал от ее решения:

$$J(x_0) = \frac{1}{2}\left(C_1\left(x_0 - x_0^b\right), x_0 - x_0^b\right) + \frac{1}{2}\int_0^T \left(C_2\left(Hx - y^0\right), Hx - y^0\right) dt,$$

где H – (линейный) оператор наблюдений, y^0 – функция наблюдений, x_0^b – заданный вектор, C_1, C_2 – весовые операторы, $(\cdot,\cdot)$ – скалярное произведение. Как правило, C_1, C_2 выбираются в виде: $C_1 = B^{-1}$, $C_2 = R^{-1}$, где B, R – ковариационные матрицы векторов $\xi = x_0^b - x^t\big|_{t=0}$ и ε, соответственно: $B = E(\xi\xi^T)$, $R = E(\varepsilon\varepsilon^T)$. Такие весовые операторы (или их приближения) часто выбираются в практических задачах (Ghil and Malanotte–Rizzoli, 1991; Ide et al, 1997).

Задача вариационного усвоения данных

Предположим, что начальное условие x_0 нам неизвестно. Тогда *задача об усвоении данных* формулируется следующим образом: найти x_0, x такие, что они удовлетворяют системе и на множестве решений функционал J достигает своего наименьшего значения:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = M(x,t), \quad t \in (0,T) \\ x\big|_{t=0} = x_0, \\ J(x_0) = \inf\limits_{v} J(v). \end{cases}$$

Градиент функционала

По определению

$$J'\delta x_0 = \left(C_1\left(x_0 - x_0^b\right), \delta x_0\right) + \int\limits_0^T \left(C_2\left(Hx - y^0\right), H\delta x\right) dt,$$

где δx удовлетворяет системе TLM (tangent linear model):

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta x}{dt} = M'(x,t)\,\delta x, \quad t \in (0,T) \\ \delta x\big|_{t=0} = \delta x_0. \end{cases}$$

Сопряженная задача

Пусть

$$\begin{cases} -\dfrac{dx^*}{dt} = \left(M'\left(x,t\right)\right)^* x^* - p, \\ x^*|_{t=T} = 0, \end{cases}$$

где $p = H^* C_2 \left(Hx - y^0\right)$. Тогда из соотношения сопряженности

$$\int\limits_0^T \left(p, \delta x\right) dt = -\left(x^*|_{t=0}, \delta x_0\right)$$

получаем градиент

$$J'\delta x_0 = \left(C_1\left(x_0 - x_0^b\right), \delta x_0\right) + \int\limits_0^T \left(p, \delta x\right) dt = \left(C_1\left(x_0 - x_0^b\right) - x^*|_{t=0}, \delta x_0\right)$$

Система оптимальности

Необходимое условие оптимальности (Lions, 1968) приводит задачу к системе для трех неизвестных x_0, x, x^*:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = M(x,t), \quad t \in (0,T) \\ x\big|_{t=0} = x_0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\dfrac{dx^*}{dt} = (M'(x,t))^* x^* - H^* C_2 \left(Hx - y^0\right), \\ x^*\big|_{t=T} = 0, \end{cases}$$

$$C_1 \left(x_0 - x_0^b\right) - x^*\big|_{t=0} = 0,$$

где $(M'(x,t))^*$ – оператор, сопряженный к производной оператора модели M.

Эта система может быть получена также из принципа максимума Понтрягина, сформулированного для исходной задачи минимизации (Marchuk, Zalesny, 1993), или методом множителей Лагранжа (Евтушенко Ю.Г. и др., 1997).

Модель гидротермодинамики

$$\frac{d\vec{u}}{dt} + \left[\begin{array}{cc} 0 & -f \\ f & 0 \end{array}\right]\vec{u} - g\cdot grad\xi + A_u\vec{u} + (A_k)^2\vec{u} =$$

$$= \vec{f} - \tfrac{1}{\rho_0} grad P_a - \tfrac{g}{\rho_0} grad \int\limits_0^z \rho_1(T,S)dz',$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial t} - m\frac{\partial}{\partial x}\left(\int\limits_0^H \Theta(z)udz\right) - m\frac{\partial}{\partial y}\left(\int\limits_0^H \Theta(z)\frac{n}{m}vdz\right) = f_3,$$

$$\frac{dT}{dt} + A_T T = f_T,\ \frac{dS}{dt} + A_S S = f_S,$$

где

$$\bar{f} = g\cdot grad G,\ \Theta(z) \equiv \frac{r^2(z)}{R^2}, \quad r = R - z, \quad 0 < z < H.$$

Граничные условия на поверхности моря

$$
\begin{cases}
\left(\int\limits_0^H \Theta \vec{u} dz\right) \vec{n} + \beta_0 m_{op} \sqrt{gH}\, \xi = m_{op} \sqrt{gH}\, d_s \text{ на } \partial\Omega, \\
U_n^{(-)} u - \nu \dfrac{\partial u}{\partial z} - k_{33} \dfrac{\partial}{\partial z} A_k u = \tau_x^{(a)} \Big/ \rho_0, \;\; U_n^{(-)} v - \nu \dfrac{\partial v}{\partial z} - k_{33} \dfrac{\partial}{\partial z} A_k v = \tau_y^{(a)} \\
A_k u = 0, \quad A_k v = 0, \\
U_n^{(-)} T - \nu_T \dfrac{\partial T}{\partial z} + \gamma_T (T - T_a) = Q_T + U_n^{(-)} d_T, \\
\qquad U_n^{(-)} S - \nu_S \dfrac{\partial S}{\partial z} + \gamma_S (S - S_a) = Q_S + U_n^{(-)} d_S,
\end{cases}
$$

где $\vec{U} = (u, v, w) \equiv (\vec{u}, w), U_n^{(-)} = (|U_n| - U_n)/2$.

Граничные функции d_T, d_S or Q_T, Q_S тоже могут быть неизвестными.

Получив решение системы $\phi = (u, v, \xi, T, S)$ можно вычислить остальные параметры системы

$$w(x,y,z,t) = \frac{1}{r}\left(m\frac{\partial}{\partial x}\left(\int\limits_z^H rudz'\right) + m\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{n}{m}\int\limits_z^H rvdz'\right)\right), (x,y,t) \in \Omega\times(0,\ \bar{t}),$$

$$P(x,y,z,t) = P_a(x,y,t) + \rho_0 g(z-\xi) + \int\limits_0^z g\rho_1(T,S)dz'.$$

Схема расщепления. Температура.

Шаг 1.

$$\begin{cases} T_t + (\bar{U}, \mathbf{Grad})T - \mathbf{Div}(\hat{a}_T \cdot \mathbf{Grad}\ T) = f_T \text{ в } D \times (t_{j-1}, t_j), \\ T = T_{j-1} \text{ при } t = t_{j-1} \text{ в } D, \\ \bar{U}_n^{(-)} T - \nu_T \dfrac{\partial T}{\partial z} + \gamma_T (T - T_a) = Q_T + \bar{U}_n^{(-)} d_T \text{ на } \Gamma_S \times (t_{j-1}, t_j), \\ \dfrac{\partial T}{\partial N_T} = 0 \text{ на } \Gamma_{w,c} \times (t_{j-1}, t_j), \\ \bar{U}_n^{(-)} T + \dfrac{\partial T}{\partial N_T} = \bar{U}_n^{(-)} d_T + Q_T \text{ на } \Gamma_{w,op} \times (t_{j-1}, t_j), \\ \dfrac{\partial T}{\partial N_T} = 0 \text{ на } \Gamma_H \times (t_{j-1}, t_j), \\ T_j \equiv T \text{ на } D \times (t_{j-1}, t_j), \end{cases}$$

Схема расщепления. Соленость.

Шаг 2.

$$
\begin{cases}
S_t + (\bar{U}, \mathbf{Grad})S - \mathbf{Div}(\hat{a}_S \cdot \mathbf{Grad}\ S) = f_S \text{ в } D \times (t_{j-1}, t_j), \\
S = S_{j-1} \text{ при } t = t_{j-1} \text{ в } D, \\
\bar{U}_n^{(-)} S - \nu_S \dfrac{\partial S}{\partial z} + \gamma_S (S - S_a) = Q_S + \bar{U}_n^{(-)} d_S \text{ на } \Gamma_S \times (t_{j-1}, t_j), \\
\dfrac{\partial S}{\partial N_S} = 0 \text{ на } \Gamma_{w,c} \times (t_{j-1}, t_j), \\
\bar{U}_n^{(-)} S + \dfrac{\partial S}{\partial N_S} = \bar{U}_n^{(-)} d_S + Q_S \text{ on } \Gamma_{w,op} \times (t_{j-1}, t_j), \\
\dfrac{\partial S}{\partial N_S} = 0 \text{ на } \Gamma_H \times (t_{j-1}, t_j), \\
S_j \equiv S \text{ в } D \times (t_{j-1}, t_j).
\end{cases}
$$

Схема расщепления. Скорости.

Шаг 3.

$$\begin{cases} \underline{u}_t^{(3)} + (\bar{U}, \mathbf{Grad})\underline{u}^{(3)} - \mathbf{Div}(\hat{a}_u \cdot \mathbf{Grad}\ )\underline{u}^{(3)} + (A_k)^2 \underline{u}^{(3)} = 0 \text{ в } D \times (t_{j-1}, t_j), \\ \underline{u}^{(3)} = \underline{u}^{(2)} \text{ при } t = t_{j-1} \text{ в } D, \\ \bar{U}_n^{(-)} \underline{u}^{(3)} - \nu_u \frac{\partial \underline{u}^{(3)}}{\partial z} - k_{33} \frac{\partial}{\partial z}(A_k \underline{u}^{(3)}) = \frac{\tau^{(a)}}{\rho_0}, A_k \underline{u}^{(3)} = 0 \text{ на} \Gamma_S \times (t_{j-1}, t_j), \\ U_n^{(3)} = 0, \frac{\partial U^{(3)}}{\partial N_u} \cdot \bar{\underline{\tau}}_w + \left(\frac{\partial}{\partial N_k} A_k \underline{u}^{(3)} \right) \cdot \underline{\tau}_w = 0, A_k \underline{u}^{(3)} = 0 \text{ на } \Gamma_{w,c} \times (t_{j-1}, t_j), \\ \bar{U}_n^{(-)} (\tilde{U}^{(3)} \cdot \underline{N}) + \frac{\partial \tilde{U}^{(3)}}{\partial N_u} \cdot \bar{N} + \left(\frac{\partial}{\partial N_k} A_k \underline{u}^{(3)} \right) \cdot \bar{N} = \bar{U}_n^{(-)} d, A_k \underline{u}^{(3)} = 0 \text{ на } \Gamma_{w,op} \times (t_{j-1}, t_j), \\ \bar{U}_n^{(-)} (\tilde{U}^{(3)} \cdot \bar{\tau}_w) + \frac{\partial \tilde{U}^{(3)}}{\partial N_u} \cdot \bar{\tau}_w + \left(\frac{\partial}{\partial N_k} A_k \underline{u}^{(3)} \right) \cdot \underline{\tau}_w = 0, A_k \underline{u}^{(3)} = 0 \text{ на } \Gamma_{w,op} \times (t_{j-1}, t_j), \\ \dfrac{\partial \underline{u}^{(3)}}{\partial N_u} = \dfrac{\tau^{(b)}}{\rho_0} \text{ на } \Gamma_H \times (t_{j-1}, t_j), \end{cases}$$

где

$$\underline{u}^{(3)} = (u^{(3)}, v^{(3)}),\ \ \tau^{(a)} = (\tau_x^{(a)}, \tau_y^{(a)}),$$
$$U^{(3)} = (u^{(3)}, w^{(3)}(u^{(3)}, v^{(3)})),\ \ \tilde{U}^{(3)} = (u^{(3)}, 0),\ \ \tau^{(b)} = (\tau_x^{(b)}, \tau_y^{(b)}).$$

Расщепление температурного блока

Рассматриваем уравнение для температуры T в операторной форме

$$(T)_t + LT = \mathcal{F} + BQ, \quad t \in (t_{j-1}, t_j),$$
$$T = T_{j-1}, \quad j = 1, 2, \ldots, J,$$

дальнейшее применении схемы расщепление приводит к следующим шагам:

Шаг 1.1:

$$(T_1)_t + L_1 T_1 = \mathcal{F}_1, \quad t \in (t_{j-1}, t_j),$$
$$T_1 = T_{j-1} \quad \text{при} \quad t = t_{j-1}$$

Шаг 1.2:

$$(T_2)_t + L_2 T_2 = \mathcal{F}_2 + BQ, \quad t \in (t_{j-1}, t_j),$$
$$T_2(t_{j-1}) = T_1(t_j).$$

$$T_2(t_j) \equiv T_j \cong T \quad \text{при} \quad t = t_j.$$

Классическая форма записи уравнения для температуры

$$
\begin{cases}
T_t + \dfrac{1}{2}\left(w_1 \dfrac{\partial T}{\partial z} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial (r^2 w_1 T)}{\partial z} \right) - \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial z} r^2 \nu_T \dfrac{\partial T}{\partial z} = f_T \ \text{ в } D \ \text{ at } \ t \in (t_{j-1}, t_j), \\
T = T_1(t_j) \quad \text{при} \ \ t = t_{j-1}, \\
-\nu_T \dfrac{\partial T}{\partial z} = Q \ \text{ при } \ z = 0, \\
\nu_T \dfrac{\partial T}{\partial z} = 0 \ \text{ при } \ z = H,
\end{cases}
$$

где

$$
\bar{U}_n^{(-)} = \frac{|\bar{U}_n| - \bar{U}_n}{2} = \frac{1}{2}(|\bar{w}_1| + \bar{w}_1) = \frac{1}{2}(|\bar{w}| + \bar{w}) \ \text{ при } \ z = 0,
$$

$$
Q \equiv Q_T - \gamma_T (T - T_a) - \bar{U}_n^{(-)} T + \bar{U}_n^{(-)} d_T .
$$

Вариационная ассимиляция поверхностной темепартуры

Пусть дополнительной неизвестной (“управлением”) является функция полного потока Q. Введем функционал стоимости вида:

$$J_\alpha \equiv J_\alpha(Q,\phi) = \frac{1}{2}\int\limits_0^{\bar{t}}\int\limits_\Omega \alpha|Q - Q^{(0)}|^2 d\Omega dt + J_0(\phi),$$

$$J_0(\phi) = \frac{1}{2}\int\limits_0^{\bar{t}}\int\limits_\Omega m_0|T - T_{obs}|^2 d\Omega dt.$$

Здесь: $\alpha \equiv \alpha(\lambda,\theta,t)$ – функция, играющая роль регуляризатора (возможен случай, когда $\alpha(\lambda,\theta,t)$ =const$\geq$ 0) и которая может быть размерной величиной, а $Q^{(0)} \equiv Q^{(0)}(\lambda,\theta,t)$ – заданная функция (которая может быть также и тривиальной).

Задача вариационной ассимиляции формулируется следующим образом: *требуется найти решение ϕ Задачи и функцию Q, такие, чтобы на них функционал принимал наименьшее значение.*

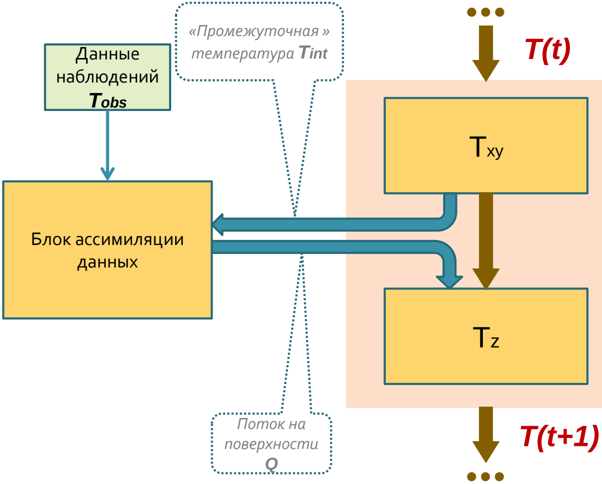
Система оптимальности для решения задачи о ТПМ

$$
\begin{cases}
T_t + \dfrac{1}{2}\left(w_1 \dfrac{\partial T}{\partial z} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial (r^2 w_1 T)}{\partial z}\right) - \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial z} r^2 \nu_T \dfrac{\partial T}{\partial z} = f_T, \quad T = T_1(t_j) \\
-\nu_T \dfrac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=0} = Q, \qquad \nu_T \dfrac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=H} = 0,
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
T_t^* - \dfrac{1}{2}\left(w_1 \dfrac{\partial T^*}{\partial z} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial (r^2 w_1 T^*)}{\partial z}\right) - \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial z}\left(r^2 \nu_T \dfrac{\partial T^*}{\partial z}\right) = 0 \\
\nu_T \dfrac{\partial T^*}{\partial z}\Big|_{z=H} = 0, \quad \left(-w_1 T^* - \nu_T \dfrac{\partial T^*}{\partial z}\right)\Big|_{z=0} = m_0 (T - T_{\mathrm{obs}}),
\end{cases}
$$

$$
\alpha_0 (Q - Q^{(0)}) + T^* = 0
$$

Схема ассимиляции

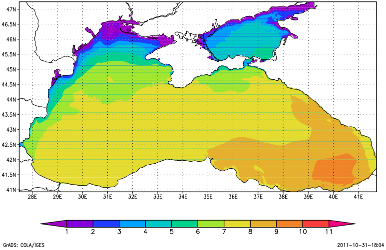


Вариационная ассимиляция. Черное море

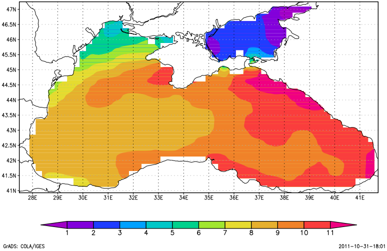
Параметры расчетной области:

- сетка 286x159x27 точек (широта$\times$долгота$\times$глубина);
- первая точка сетки 27.475° восточной долготы и 40.93° северной широты.
- Шаги сетки по x и по y 0.05 и 0.04 градуса.
- Шаг по времени $\Delta t = 5$ минут.
- В качестве T_{obs} использовались данные ТПМ Черного океана, представленные Лебедевым С.А. (ГЦ РАН) интерполированные на сетку модели Захаровой Н.Б.(ИВМ РАН), за январь 2008 г. в каждый момент времени на рассматриваемой сетке.
- В качестве $Q^{(0)}$ использовался среднеклиматический поток за январь 2008 г., полученный по данным реанализа NCEP (National Centers for Environmental Prediction).

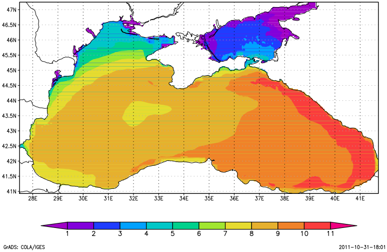
Вариационная ассимиляция. Черное море



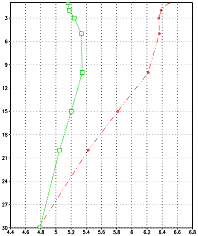
(a) Без усвоения (среднее за 1 день)



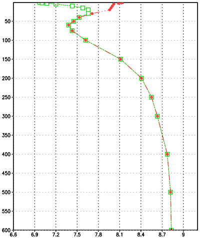
(b) Данные наблюдений (среднее за 1 день)



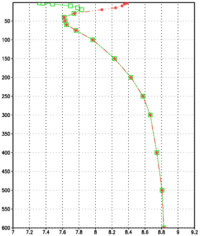
(c) С усвоением (среднее за 1 день)



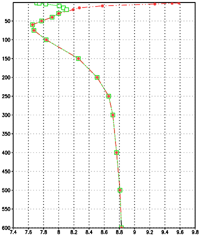
(a) 30° в.д., 45° с.ш.



(b) 32° в.д., 44° с.ш.



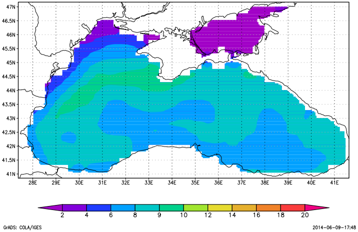
(c) 35° в.д., 43.5° с.ш.



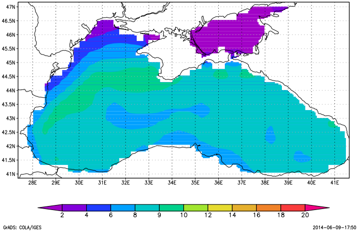
(d) 38° в.д., 43° с.ш.

Верификация ассимиляция. 2 источника данных

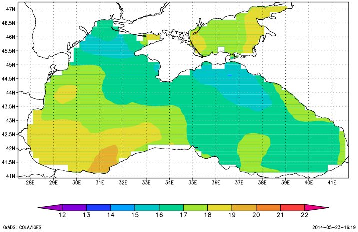
Данные GHRSST – Group for High Resolution Sea Surface Temperature



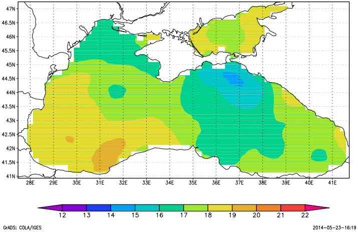
(a) 1 февраля



(b) 2 февраля

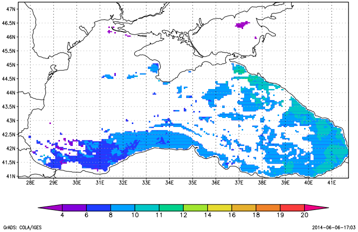


(c) 2 июня

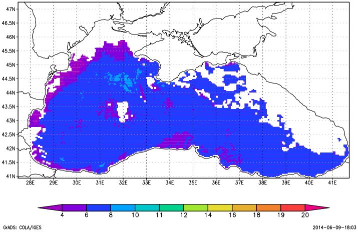


(d) 3 июня

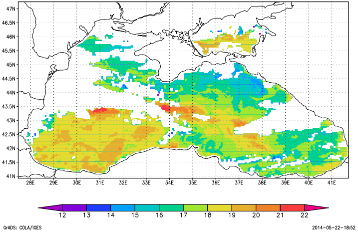
Данные морского портала МГИ (Севастополь)



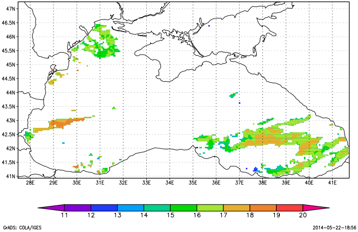
(a) 2 января, 11:10



(b) 2 февраля, 10:05

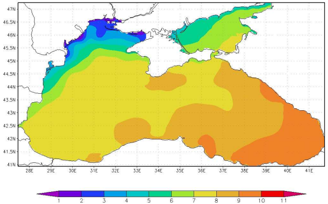


(c) 1 июня, 11:02

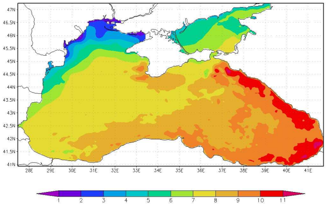


(d) 1 июня, 19:27

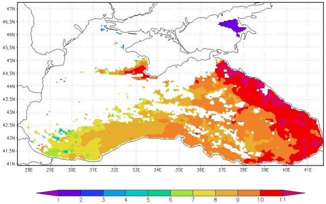
Вариационная ассимиляция. Черное море.



(a) Расчет без усвоения

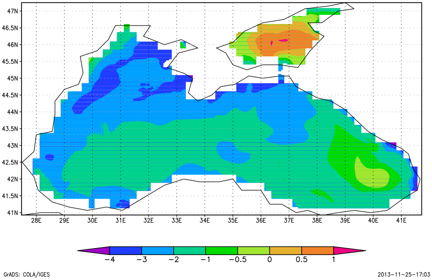


(b) Расчет с усвоением

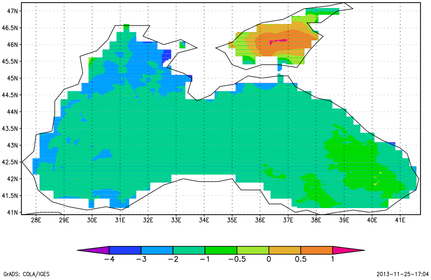


(c) Данные наблюдений

Результаты численных расчетов.



(a) **Разность** $T_{GHRSST} - T_{model}$.



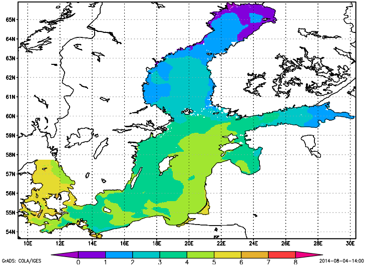
(b) **Разность** $T_{GHRSST} - T_{assim}$.

Рис.: Разность ТПМ. Расчет на 10 дней. (средние значения за последние сутки)

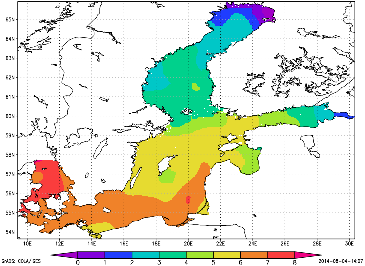
Параметры расчетной области:

- сетка 336x394x27 точек (широта$\times$долгота$\times$глубина);
- первая точка сетки 9.375° в.д. и 53.625° с.ш.
- Шаги сетки по x и по y 0.0625 и 0.03125 градуса.
- Шаг по времени $\Delta t = 5$ минут.
- В качестве T_{obs} использовались использовались среднесуточные данные температуры поверхности Балтийского моря Датского метеорологического института, подготовленные основе измерений радиометров (AVHRR, AATSR и AMSRE) и спектрорадиометров (SEVIRI и MODIS).
- В качестве $Q^{(0)}$ использовался среднеклиматический поток за январь 2008 г., полученный по данным реанализа NCEP (National Centers for Environmental Prediction).
- Расчет включал в себя ассимиляцию T_{obs} и расчет на 90 дней (январь-март, май-июль).

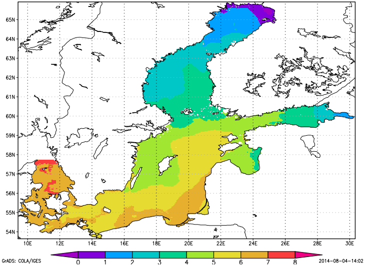
Результаты ассимиляции ТПМ, расчет на 5 суток.



(a) Без усвоения

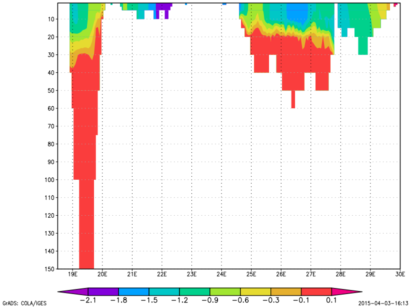


(b) Данные наблюдений

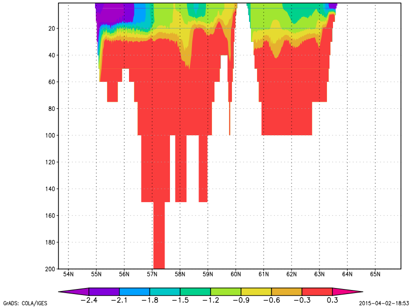


(c) С усвоением

Вертикальные разрезы, расчет на 5 суток.



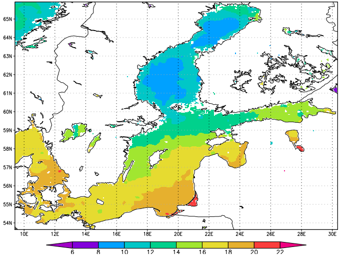
(a) Разрез по 60° северной широты



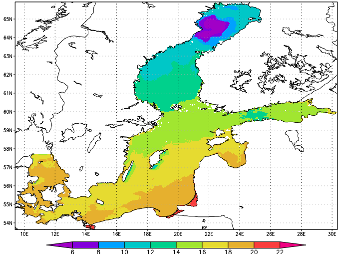
(b) Разрез по 20° восточной долготы

Рис.: Разность T_{model}-T_{assim}

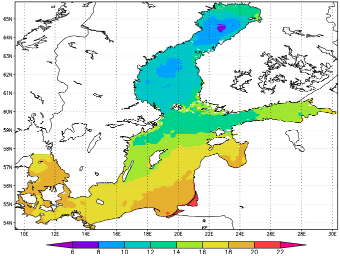
Ассимиляция ТПМ. Расчет на 15 суток.



(a) Данные наблюдений T_{obs}

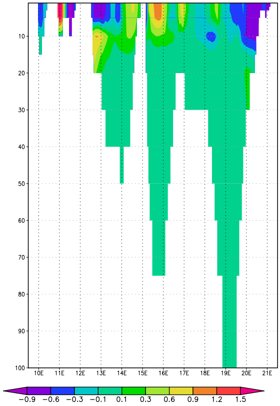


(b) Расчет без блока усвоения, T_{model}

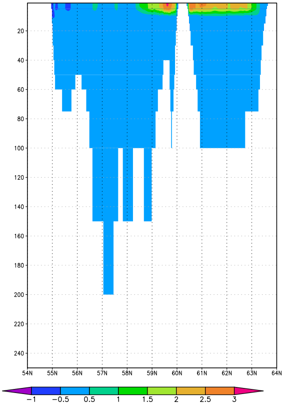


(c) Расчет с блоком усвоения, T_{cov}

Вертикальные разрезы, расчет на 15 суток.



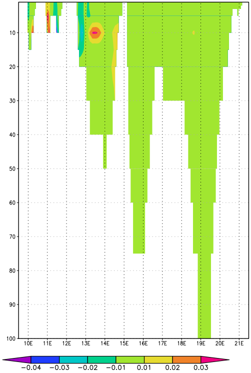
(a) Разрез по 55° северной широты



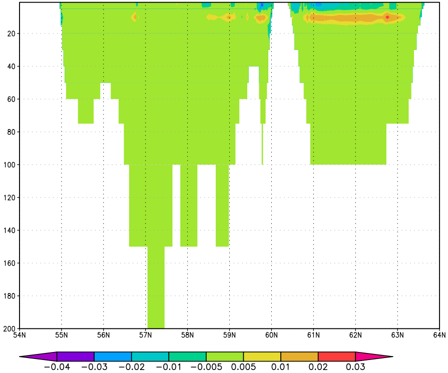
(b) Разрез по 20° восточной долготы

Рис.: Разность T_{model}-T_{assim}

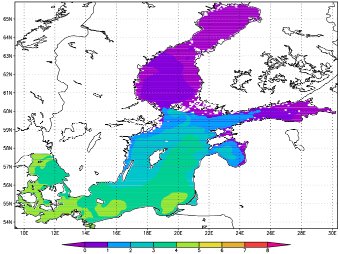
Вертикальные разрезы, расчет на 15 суток. S_{model}-$S_{T_{assim}}$



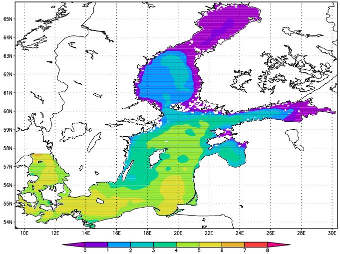
(a) Разрез по 55° северной широты



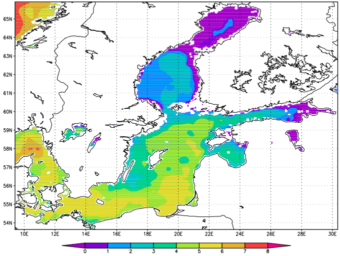
(b) Разрез по 20° восточной долготы



(c) T_{model}

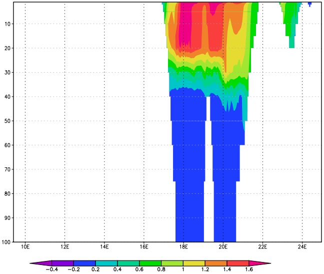


(d) T_{assim}

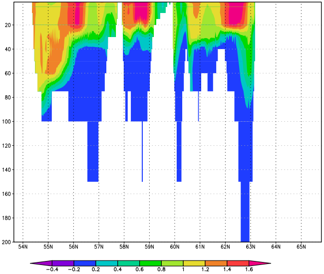


(e) T_{obs}

Вертикальные разрезы, расчет на 1 месяц.



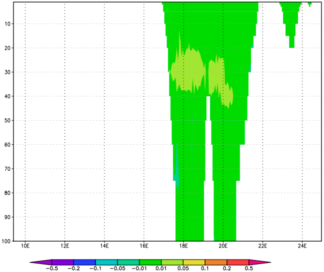
(a) Разрез по 58° северной широты



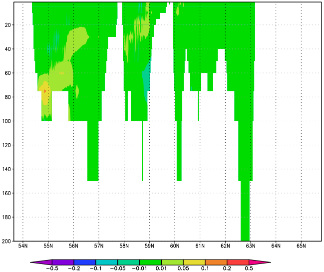
(b) Разрез по 19° восточной долготы

Рис.: Разность T_{model}-T_{assim}

Вертикальные разрезы, расчет на 1 месяц.



(a) Разрез по 58° северной широты



(b) Разрез по 19° восточной долготы

Рис.: Разность S_{model}-$S_{T_{assim}}$

Список литературы -1

- Агошков В. И. , Е. И. Пармузин, В. П. Шутяев, *Ассимиляция данных наблюдений в задаче циркуляции Черного моря и анализ чувствительности ее решения* // Известия РАН, Физика атмосферы и океана, 2013, V. 49, No. 6, pp. 643 – 654.
- Шутяев В.П., С.А. Лебедев, Е.И. Пармузин, Н.Б. Захарова *Чувствительность оптимального решения задачи вариационного усвоения данных спутниковых наблюдений для модели термодинамики Балтийского моря* // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. Т. 11. No. 4. - М.: ООО "ДоМира", 2014. сс. 19 – 30 .
- Zalesny V.B., Gusev A.V., Chernobay S.Yu., Aps R., Tamsalu R., Kujala P., Rytkonen J. *The Baltic Sea circulation modelling and assessment of marine pollution*, Russ. J. Numer. Analysis and Math. Modelling, 2014, V 29, No. 2, pp. 129 – 138.
- Agoshkov V.I., Assovskiy M.V., Parmuzin E.I., Zakharova N.B., Zalesny V.B., Shutyaev V.P. *Variational assimilation of observation data in the mathematical model of the Black Sea taking into account the tide-generating forces* // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2015, V. 30, No. 3, PP. 129 – 142.
- Agoshkov V.I., Parmuzin E.I., Zakharova N.B., Zalesny V.B., Shutyaev V.P., Gusev A.V. *Variational assimilation of observation data in the mathematical model of the Baltic Sea dynamics* // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2015, V. 30, No. 4, PP. 203 – 212.

Список литературы - 2

- Агошков В.И., Асеев Н.А., Гиниатулин С.В., Залесный В.Б., Захарова Н.Б., Пармузин Е.И., *Информационно-вычислительная система "ИВМ РАН - Черное море"*. - М.: ИВМ РАН, 2016. 137 с.
- Агошков В.И., Асеев Н.А, Захарова Н.Б., Пармузин Е.И., Шелопут Т.О., Шутяев В.П. *Информационно-вычислительная система "ИВМ РАН - Балтийское море"* - М.: ИВМ РАН, 2016. 139 с.
- Parmuzin E.I., Agoshkov V.I., Zakharova N.B., and Shutyaev V.P. *Variational assimilation of mean daily observation data for the problem of sea hydrothermodynamics* // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2017, v. 32, no. 3, pp. 187 – 195
- Agoshkov, V.I., Parmuzin, E.I., Zakharova, N.B., Shutyaev, V.P. *Variational assimilation with covariance matrices of observation data errors for the model of the Baltic Sea dynamics* // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2018, v. 33, no. 3, pp. 149 – 160
- Shutyaev, V., Le Dimet, F.-X., Parmuzin, E. *Sensitivity analysis with respect to observations in variational data assimilation for parameter estimation* // Numerical Analysis and Applications, 2018, v.11, no 2, c. 178 – 192.

Спасибо за внимание!