Решение задач аэрокосмического лазерного зондирования методом Монте-Карло

Ухинова Ольга Сергеевна
Каргин Борис Александрович
г. Новосибирск,
ИВМиМГ СО РАН,
НГУ
e-mail: olsu@osmf.sscc.ru

Постановка задачи

В данной работе рассмотрен алгоритм методов Монте-Карло предназначенный для решения задач лазерного зондирования океана. Рассматривается задача по оценке функции распределения по времени интенсивности распределения лазерного излучения, поступающего в приемник после прохождения через систему сред океан-атмосфера из заданного источника с учетом взволнованной поверхности.

Постановка задачи

Работа посвящена алгоритмам методов Монте-Карло для решения нестационарных задач лазерного зондирования природных сред имеющих случайную границу раздела. В данном случае таковой является поверхность морского волнения при зондировании системы сред «океан-атмосфера».

Постановка задачи

Рассматриваемые задачи лазерного зондирования отличаются от многих других задач атмосферной оптики наличием сложных граничных условий, связанных с конечными размерами исходного пучка излучения и малым фазовым объемом детектора, а также принципиально нестационарным характером моделируемого процесса переноса излучения.

Постановка задачи

Это обстоятельство обусловливает характерные требования к технике статистического моделирования и определяет необходимость применения локальных оценок, являющихся хотя и трудоемким, но единственно возможным способом вычисления искомых характеристик излучения, регистрируемого детектором с малым фазовым объемом.

Геометрическая схема задачи

Рассматривается система «океан-атмосфера», в которой на высоте h находится граница раздела двух сред (воды и воздуха), при взаимодействии с которой свет испытывает преломление и отражение. В плоскости $z = h$ расположена граница раздела двух сред, при взаимодействии с которой свет испытывает преломление и отражение. Эта граница представляет собой случайную поверхность, составленную из набора элементарных площадок, центры которых лежат в плоскости $z = h$, а нормали к площадкам s - случайные единичные векторы с плотностью распределения вероятности $p(s)$, $s = (s_x, s_y, s_z) \in \Omega_-$ (для такой модели взволнованной морской поверхности в соответствующей литературе утверждено название «фацетная модель»).

Геометрическая схема задачи

Взаимодействие света с веществом атмосферы и океана определяется заданием коэффициентов ослабления $\sigma(z)$ и рассеяния $\sigma_s(z)$, индикатрисы рассеяния $g(z,\mu)$, нормированной условием $\int_{-1}^{1} g(z,\mu)d\mu = 1$, где μ - косинус угла рассеяния.

Введем обозначения:

$r_\perp = (x, y)$ - проекция радиуса-вектора $r = (x, y, z)$ на горизонтальную плоскость; $\omega = (a, b, c)$ – единичный вектор направления; Ω - множество всех направлений с $c \in [-1, 1]$, Ω_- - единичная полусфера с $c \in [0, 1]$, Ω_+ - единичная полусфера с $c \in [-1, 0]$.

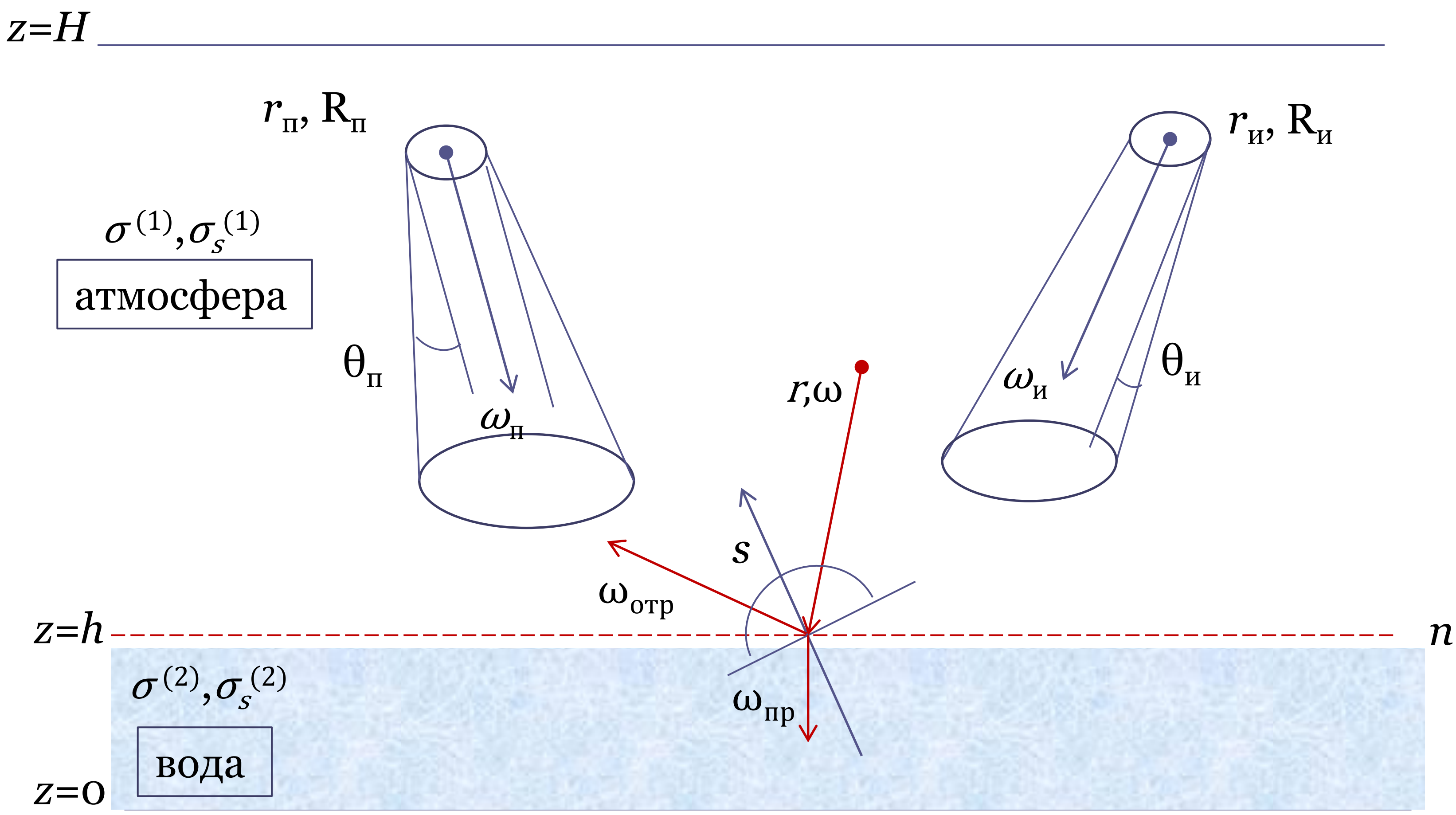
При попадании света на плоскость $z = 0$ он испытывает отражение, которое характеризуется коэффициентом яркости $Q(r_\perp, \omega, \omega')$, равным отношением яркости света, идущего из точки $(r_\perp, 0)$ в направлении ω к освещенности единичной площадки в точке $(r_\perp, 0)$, ориентированной перпендикулярно к ω'.

Геометрическая схема задачи

В точке $r_и$ находится источник радиусом $R_и$, испускающий в момент времени $t = 0$ импульс излучения единичной мощности в круговом конусе направлений $\Omega_и$ с раствором $\theta_и$ относительно оси конуса, направленной вдоль единичного вектора $\omega_и$.

В точке $r_п$ находится приемник радиусом $R_п$, который фиксирует излучение приходящее в круговой конус $\Omega_п$ с раствором $\theta_п$ относительно оси конуса, направленной вдоль единичного вектора $\omega_п$, т.е. $|(\omega, \omega_п)| \geq \cos\theta_п$.

Геометрическая схема задачи



Локальная оценка

Требуется определить временное распределение интенсивности $I(t)$, поступающего в приемник света. Полная величина интенсивности света, поступающего в приемник в момент времени t, равна интегралу

$$I(t) = \int_{S_\text{п}} ds \int_{\Omega_\text{п}} \Phi(r(s), \omega, t) d\omega \qquad (1)$$

от интенсивности $\Phi(r(s), \omega, t)$. Интегрирование проводится по поверхности детектора $S_\text{п}$ и по телесному углу $\Omega_\text{п}$.

Локальная оценка

Искомое распределение методом Монте-Карло вычисляется в виде гистограммы, т.е. оцениваются величины

$$I_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} I(t)dt, i = 1,2, \dots, n_t,$$

где t_i - узлы гистограммы; $t_0 = 0$. Основным средством для вычисления искомых распределений для детекторов с маленькой площадью приема света являются локальные оценки.

$$I_i = M\xi_1, \xi_1 = \sum_{j=0}^{N} Q_j \varphi_1(r_j, r^*),$$

Q_j - вес фотона в точке столкновения,

r_j - точки столкновения фотона с частицами вещества при моделировании траектории переноса излучения из источника в детектор, которые образуют цепь Маркова.

Локальная оценка

Весовые множители в соответствии с теорией весовых методов

Монте-Карло определяются выражениями: $Q_0 = 1, Q_n = Q_{n-1} \cdot \frac{\sigma_S(r_n)}{\sigma(r_n)}$ при $z_n > 0,\ z_n \neq h$, $Q_n = Q_{n-1} \cdot A$ при $z_n = 0$, где A - альбедо дна и $Q_n = Q_{n-1}$ при $z_n = h$.

Последовательность точек (r_n, ω_n, t_n) образуют цепь Маркова, которая моделируется согласно стандартному алгоритму метода Монте-Карло, где плотность перехода от одной точки к другой определяется коэффициентами ослабления и рассеяния среды, а также индикатрисами рассеяния в среде. А начальная точка $(r_0, \omega_0, 0)$ моделируется случайно с некоторой плотностью $p_0(r, \omega)$.

r^* - случайная точка на поверхности детектора, распределенная с плотностью $p(r^*)$.

Локальная оценка

$$I_i = E\xi_1, \text{где } \xi_1 = \sum_{j=0}^{N} Q_j \varphi_1(r_j, r^*), \qquad (2)$$

где E – символ математического ожидания и $r_j = (x_j, y_j, z_j)$ - цепь Маркова, соответствующая траектории моделирования переноса излучения из источника, согласно [4] для атмосферной области

$$\varphi_1(r_j, r^*) = \frac{exp[-\tau(r_j, r^*)]g(\mu^*)}{2\pi|r_j - r^*|^2 p(r^*)} \Delta(l^*)\Delta_i(t^*). \qquad (3)$$

Здесь $l^* = (r_j - r^*)/|r_j - r^*|$, $\mu^* = (\omega, l^*)$, $\Delta(l^*)$ - индикатор области $\Omega_\text{п}$, $\Delta_i(t^*)$ - характеристическая функция i-го интервала по времени, $p(r^*)$ – плотность распределения случайной точки r^* на поверхности детектора.

В нашем алгоритме формула (3) используется для оценки в точке r_j, если точка в момент рассеяния находится в атмосфере, т.е. $z_j > h$.

Особенности применения локальных оценок

Если в момент рассеяния частица находится в воде, т.е. между ней и приемником находится случайная граница раздела двух сред, при столкновении с которой свет испытывает отражение или преломление по закону Френеля, то

$$\varphi_1\left(r_j, \omega_j, r^*, \omega^*\right) = \frac{\exp(-\tau)\, g\left[z, \left(\omega_j, \omega_{\text{пр}}^*\right)\right]}{2\pi(\rho_1+\rho_2)^2 p(r^*) p(\omega^*) n^2} \left[1 - R(\omega_{\text{пр}}^*, s)\right] \Delta_i\left(t^*\right), z_j \in (0, h].$$

$$\tau = \int_0^{t_1} \sigma\left[z + t\left(k, \omega_{\text{пр}}^*\right) dt\right] + \int_0^{t_2} \sigma\left[z + t_1\left(k, \omega_{\text{пр}}^*\right) + t(-\omega^*, k)\right] dt,\ z \in (0, h]$$

$$t_1 = (h - z)/(k, \omega_{\text{пр}}^*)\,, t_2 = (H - h)/(-\omega^*, k)\,, k = (0,0,1), \qquad (4)$$

$$\omega_{\text{пр}}^* = (\gamma s - \omega^*)/n\,, \qquad \gamma = \sqrt{n^2 - 1 + (\omega^*, s)^2} + (\omega^*, s)$$

$\rho_1 = |r^{**} - r^*|$, $\rho_2 = \left|r_j - r^{**}\right|$, $r^{**} = r^* + l \cdot \omega^*$ - точка пересечения фотона плоскости $z = h$ в направлении ω^*, s – случайная нормаль к поверхности границы, $R(\omega_{\text{пр}}^*, s)$ - коэффициент Френеля, $l = t_2$.

Особенности применения локальных оценок

$p(\omega^*)$ - плотность распределения случайного направления в конусе $\Omega_{\text{п}}$.

$p(r^*)$ – плотность распределения случайной точки r^* на поверхности детектора.

n=1.33 – коэффициент преломления воды относительно воздуха.

Для определения времени t^* регистрации фотона детектором нужно ко времени t_j блуждания фотона прибавить величину $\rho_1/v_1 + \rho_2/v_2$, где v_1 и v_2 - скорости распространения света в воздухе и воде соответственно.

$$t_0 = 0, t_j = t_{j-1} + |r_j - r_{j-1}|/v(r_{j-1}, r_j),$$

$$v(r_{j-1}, r_j) = \begin{cases} v_1, \text{если } z_{j-1} \geq h, z_j \geq h, \\ v_2, \text{если } z_{j-1} \leq h, z_j \leq h. \end{cases}$$

В формуле (3) для определения времени t^* регистрации фотона детектором нужно ко времени t_j блуждания фотона прибавить величину $|r_j - r^*|/v_1$.

Особенности применения локальных оценок

В точке $r = (x, y, h)$ пересечения траектории фотона с плоскостью $z = h$ в направлении $\omega = (a, b, c)$ имеем:

при $c \le 0$:

$$\varphi_1(r, r^*) = p(l)R(\omega, l)\exp(-\tau) \cdot \Delta(\omega^*)\Delta_i(t^*),$$

где $\quad l = -(\omega + \omega^*)/|\omega + \omega^*|, \qquad (5)$

при $c > 0$:

$$\varphi_1(r, r^*) = \frac{p(l)[1 - R(\omega, l)]\exp(-\tau)}{n^2} \cdot \Delta(\omega^*)\Delta_i(t^*),$$

где $l = (\omega - \omega^*/n)/|\omega - \omega^*/n|$.

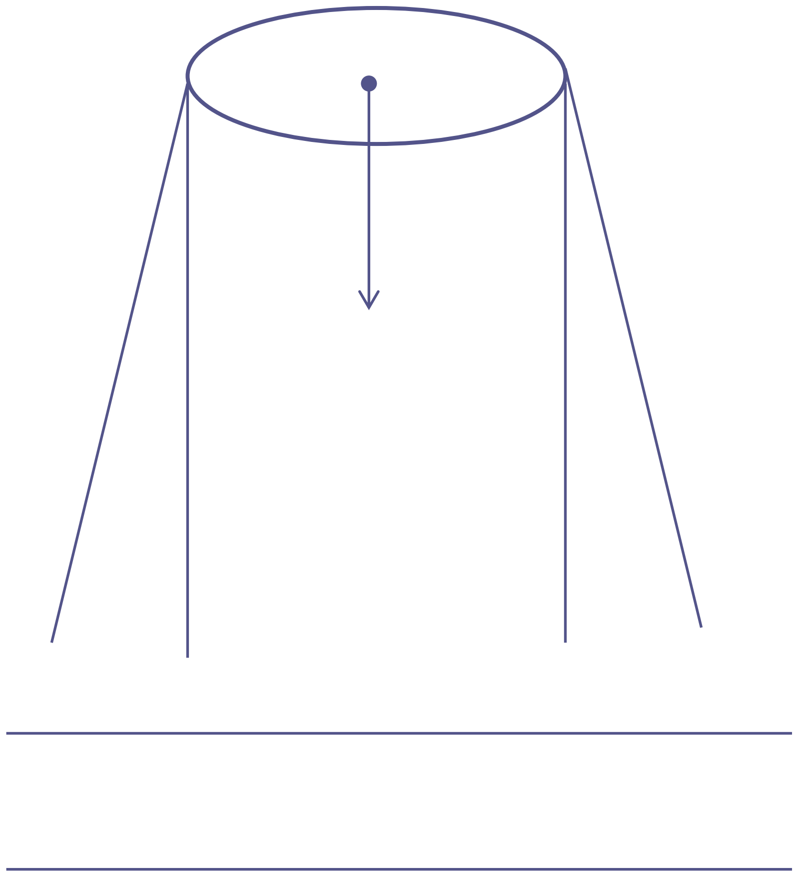
Здесь $\tau = \int_0^{t_1} \sigma[h - t(-\omega^*, k)]dt,\ t_1 = (H - h)/(-\omega^*, k), k = (0{,}0{,}1)$.

$p(l)$- плотность распределения нормали к взволнованной поверхности,

$R(\omega, s)$ - коэффициент Френеля,

$\omega^* = (r - r^*)/|r - r^*|$, где r^* - случайная точка на поверхности детектора.

Численный эксперимент



Эксперимент проводился для излучения с длиной волны 550 нм, в качестве индикатрисы рассеяния в атмосфере была взята индикатриса Хеньи-Гринстейна с параметром 0.8.

$$g_\mu^a(\mu) = \frac{1 - a^2}{2(1 + a^2 - 2a\mu)^{3/2}}$$

Для воды была взята табличная индикатриса чистой воды.

Источник совпадал с приемником, радиус которых был принят 0.5 м,

а угол раствора $\theta_{\text{и}} = \theta_{\text{пр}} = \pi/12$.

Начальное направление излучения перпендикулярно границе раздела сред: $\omega_{\text{и}} = (0,0,-1)$.

Численный эксперимент

Плотность распределения нормали к взволнованной поверхности определялось в соответствии с [6] двумерной гауссовской плотностью распределения уклонов элементарных площадок с параметрами, зависящими от скорости ветра над поверхностью океана:

$$p(z_x, z_y) = \frac{1}{2\pi\alpha_x\alpha_y} exp\left[-\left(\frac{z_x}{\alpha_x}\right)^2 - \left(\frac{z_y}{\alpha_y}\right)^2\right],$$

$$\alpha_x = 0.001 + 3.16 \cdot 10^{-3} \cdot V,\ \alpha_y = 0.003 + 1.85 \cdot 10^{-3} \cdot V,$$

где V - скорость ветра в м/сек.

Нормали к поверхности вычисляются по формулам:

$$l_x = -z_x / \sqrt{z_x^2 + z_y^2 + 1}\,,\ l_y = -z_y / \sqrt{z_x^2 + z_y^2 + 1}\,,\ l_z = 1 / \sqrt{z_x^2 + z_y^2 + 1}.$$

Предполагалось, что плоское дно отражает свет по закону Ламберта,т.е. $Q(r_\perp, \omega, \omega') = \frac{A}{2\pi}(\omega, k)$, где A – альбедо дна.

Численный эксперимент

Случайная точка на детекторе и случайное направление выбирались равномерно по поверхности детектора и в конусе $\Omega_п$ соответственно.

Таким образом:

$p(\omega^*)$ - плотность распределения случайного направление в конусе $\Omega_п$.

$p(r^*)$ – плотность распределения случайной точки r^* на поверхности детектора.

$$p(\omega^*) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi(1-\cos\,\theta_п)} \text{ при } \omega^* \in \Omega_п \\ 0 \text{ при } \omega^* \notin \Omega_п \end{cases},$$

$$p(r^*) = \begin{cases} \frac{1}{\pi R_п^2} \text{ при } r^* \in S_п \\ 0 \text{ при } \omega^* \notin S_п \end{cases}.$$

Аналогично моделируется и начальное направление ω_0 и точка вылета r_0 фотона из источника.

Результаты численных экспериментов

скорость ветра

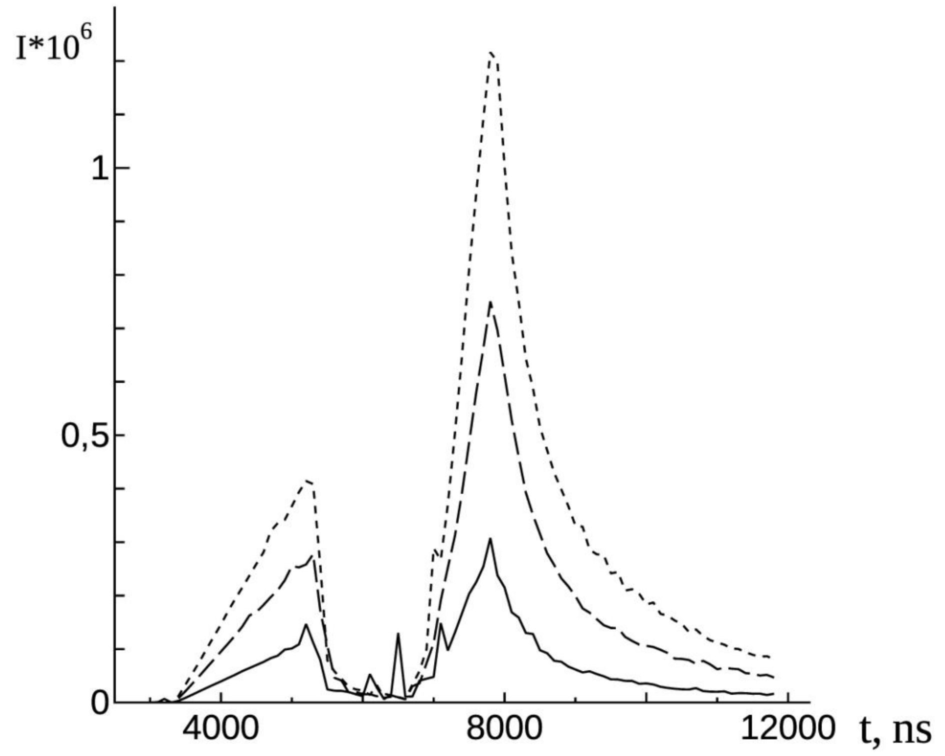
V=7 m/s

V=4 m/s

V= 1 m/s

глубина воды 10 метров

высота над поверхностью воды 10 тыс. метров



Результаты численных экспериментов

Проанализировав результаты вычислений можно заметить на графике в каждом случае два пика и сделать предположение, что первый пик – это интенсивность излучения, которое не достигло водной поверхности, либо отразилось от границы раздела сред (водной поверхности).

Далее можно заметить, что с увеличением скорости ветра интенсивность излучения, фиксируемого детектором увеличивается. Здесь также можно предположить, что это обусловлено конкретным расположением источника и приемника. Поскольку при статической плоской поверхности не рассеянный в атмосфере свет, достигающий границы раздела в направлении, перпендикулярном границы, с вероятностью 1 попадает в воду, вероятность отражения при этом равна 0. А при увеличении скорости ветра эта вероятность увеличивается в данном случае.

Список литературы

[1] Мулламаа Ю.-А. Р. Влияние взволнованной поверхности моря на видимость подводных объектов. // Изв. АН СССР, ФАО, 1975, т.11, №2, стр. 199-206.

[2] K. B. Rakimgulov and S. A. Ukhinov Local estimates in Monte Carlo method for the ocean-atmosphere system with a random interface // RUSS. J. Mumer. Anal. Math. Modelling, Vol.9, No.6, pp. 547-564(1994)

[3] Сушкевич Т.А. Математические модели переноса излучения. // М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005, с.661.

[4] Марчук Г. И., Михайлов Г. А., Назаралиев М. А. и др. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. // Новосибирск: Наука, 1976, с.280.

[5] Мишин И. В., Сушкевич Т.А. Оптическая пространственно-частотная характеристика атмосферы и ее приложения. // Исследования Земли из космоса, 1980, №3. с. 58-68.

[6] Cox C., Munk W. H., The measurement of the roughness of the sea curface from photographs of the sun's glitter. // J. Opt. Soc. America, 1954, 44, No. 11, p. 838-850.

[7] Кондратьев К.Я., Кантер Р.Р., Каргин Б.А., Поздняков Д.В. Численное моделирование в задачах оптического дистанционного зондирования внутренних водоемов \\ Л.: Наука, 1987, 62 с.

Спасибо за внимание!