

Алгоритм вариационной ассимиляции данных о  
солёности для учёта граничных условий на  
открытых границах и его реализация в модели  
гидротермодинамики Балтийского моря  
18-я конференция «Современные проблемы дистанционного  
зондирования Земли из космоса»

Шелопут Т.О.

Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука  
Российской академии наук

Москва  
16-20 ноября 2020 г.

## Актуальность работы

- Региональные модели гидротермодинамики могут разрешать масштабы 1-10км, что важно для многих прикладных задач, но их разработчики сталкиваются с **проблемой жидких (открытых) границ**.
- **Ассимиляция данных (DA)** – один из перспективных инструментов для решения этой проблемы.
- Метод состоит в том, чтобы восстановить граничные функции, рассматривая задачу как обратную, с использованием теории оптимального управления и сопряженных уравнений



Запишем задачу переноса-диффузии соли:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_t + \vec{U} \cdot \mathbf{Grad}S - \mathbf{Div}(\hat{\alpha}_S \mathbf{Grad}S) = f_S \text{ в } D \times (t_{j-1}, t_j), \\ U_n^{(-)} S + \frac{\partial S}{\partial N_S} = m_{w,op} ds + Q_F \text{ на } \Gamma \times (t_{j-1}, t_j), \\ S = S_{j-1} \text{ при } t = t_{j-1} \text{ в } D, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $S$  – соленость,  $D$  – трехмерная область (акватория моря),  $\vec{U}$  – трехмерный вектор скорости,  $\vec{N}$  – вектор внешней нормали,  $f_S$ ,  $Q_F$  – заданные функции,  $m_{w,op}$  – характеристическая функция открытой границы  $\Gamma_{w,op}$ ,  $U_n = \vec{U} \cdot \vec{N}$ ,  $ds \equiv 0$  на  $(\Gamma \setminus \Gamma_{w,op}) \times (t_{j-1}, t_j)$ . Здесь также использованы обозначения:

$$U_n^{(+)} \equiv \frac{|U_n| + U_n}{2}, \quad U_n^{(-)} \equiv \frac{|U_n| - U_n}{2}.$$

Предположим, что на  $\Gamma_{w,op}$  имеются данные о солёности, которые обозначим через  $S_{obs}$ . Тогда, рассматривая функцию  $d_S$  как дополнительную неизвестную (или как функцию, известную приближенно и требующую уточнения), можно сформулировать задачу ассимиляции данных о солёности на данном шаге как обратную задачу, т.е. как задачу об отыскании  $S$  и  $d_S$ , удовлетворяющих системе (1) и уравнению замыкания:

$$S = S_{obs} \text{ на } \Gamma_{w,op} \times (t_{j-1}, t_j). \quad (2)$$

Для приближенного решения некорректно поставленной задачи (1), (2) переформулируем ее как задачу минимизации функционала:

$$J_\alpha = \frac{\alpha}{2} \int_{t_{j-1}}^{t_j} \int_{\Gamma} m_{w,op} (d_S - d_S^{(0)})^2 d\Gamma dt + \frac{1}{2} \int_{t_{j-1}}^{t_j} \int_{\Gamma} m_{w,op} (S - S_{obs})^2 d\Gamma dt \rightarrow \inf_{d_S}, \quad (3)$$

где  $S$  является решением (1) при заданном  $d_S$ ,  $\alpha \geq 0$  – параметр регуляризации.

$$\left\{ \begin{array}{l} (S^k)_t + \vec{U} \cdot \mathbf{Grad} S^k - \mathbf{Div}(\hat{\alpha}_S \mathbf{Grad} S^k) = f_S \text{ в } D \times (t_{j-1}, t_j), \\ U_n^{(-)} S^k + \frac{\partial S^k}{\partial N_S} = m_{w,op} d_S^k + Q_F \text{ на } \Gamma \times (t_{j-1}, t_j), \\ S^k = S_{j-1} \text{ при } t = t_{j-1} \text{ в } D; \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -(S^{k,*})_t - \mathbf{Div}(\vec{U} S^{k,*}) - \mathbf{Div}(\hat{\alpha}_S \mathbf{Grad} S^{k,*}) = 0 \text{ в } D \times (t_{j-1}, t_j), \\ U_n^{(+)} S^{k,*} + \frac{\partial S^{k,*}}{\partial N_S} = m_{w,op} (S^k - S_{obs}) \text{ на } \Gamma \times (t_{j-1}, t_j), \\ S^{k,*} = 0 \text{ при } t = t_j \text{ в } D; \end{array} \right. \quad (5)$$

$$d_S^{k+1} = d_S^k - \tau_k m_{w,op} \left( \alpha (d_S^k - d_S^{(0)}) + S^{k,*} \right). \quad (6)$$

# Реализация в модели гидротермодинамики Балтийского моря

В настоящей работе алгоритм (4)-(6) был использован для учета потока соленой воды через открытую границу в модели гидротермодинамики Балтийского моря<sup>1</sup>, разработанной в ИВМ РАН на базе модели INMOM, совместно с алгоритмом ассимиляции данных об уровне и температуре на открытой границе<sup>2</sup>. Учет граничных условий на открытых границах для солености в Балтийском море особенно важен, поскольку соленость Балтийского моря во многом определяется поступлением высокосоленых североморских вод. Приведены результаты численного эксперимента по моделированию **большого балтийского залива**, произошедшего в декабре 2014 года, показывающие, что использование алгоритма оказывает значительное влияние на результаты моделирования данного природного явления.

---

<sup>1</sup>Дианский Н.А. и др., 2002; Гусев А.В., 2009; Zalesny V. B. et al., 2014

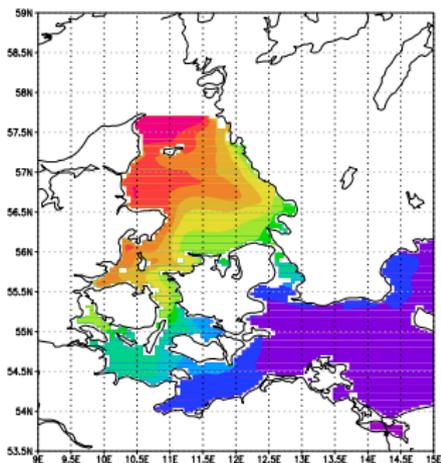
<sup>2</sup>Агошков В. И. и др., 2020

Данные наблюдений:

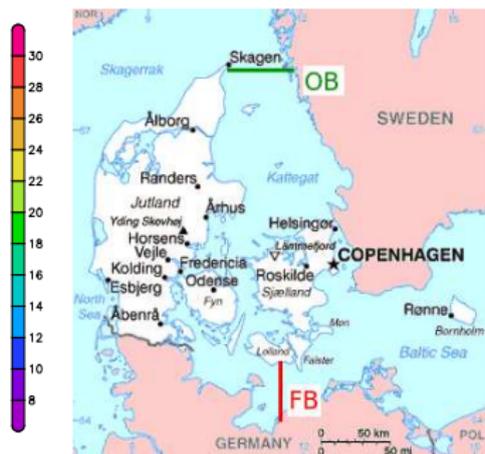
- Соленость и температура – данные реанализа по модели NEMO-Nordic, предоставляемые Шведским институтом гидрологии и метеорологии (SMHI).
- Уровень – данные центра INSTAC (In Situ Thematic Assembly Centre) с равномерных постов Skagen (Дания) и Göteborg-Torshamnen (Швеция, институт SMHI).

Был проведен расчет гидротермодинамики Балтийского моря на временной интервал с 1 ноября по 31 декабря 2014 года по исходной версии модели (с “nudging”-методом) и с использованием алгоритма ассимиляции (4)-(6).

В декабре 2014 года из-за большого балтийского затора (ББЗ) наблюдался рост значений солености в придонном слое в проливах **Каттегатт, Большой и Малый Бельт**. Рост значений солености наблюдался и в данных измерений на станции **Дарсс Силл**. Во время ББЗ водные массы с высокой соленостью (и плотностью), проходя Датские проливы, пороги Дарс и Дрогден, распространяются в придонном слое Арконского бассейна, обновляя глубинные воды Балтийского моря.

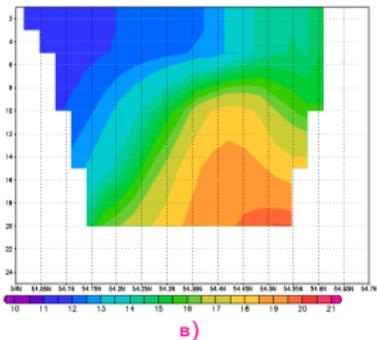
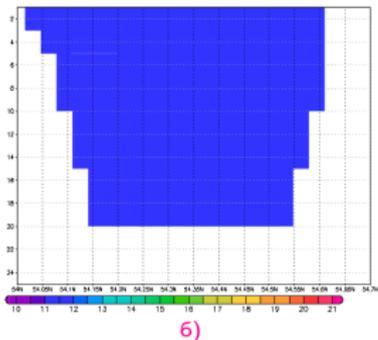
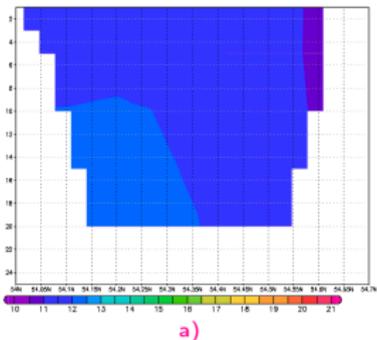


а) Соленость (‰) поверхности Балтийского моря



б) Датские проливы; OB – открытая граница модели; FB – пролив Fermer Belt

Рис. 1 : Балтийское море в районе Датских проливов



- (а) на 25.11.2014, до затока;
- (б) на 28.12.2014, результат расчета с “nudging”-методом;
- (в) на 28.12.2014, результат расчета с ассимиляцией

Рис. 2 : Значения солёности (‰) в проливе Fermer Belt (FB) на долготе 11,4° в.д.

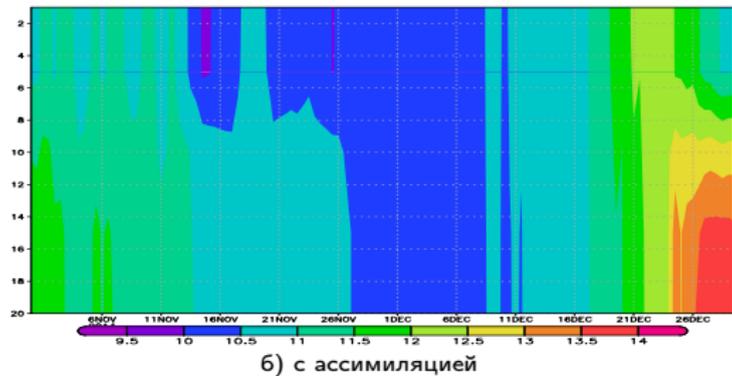
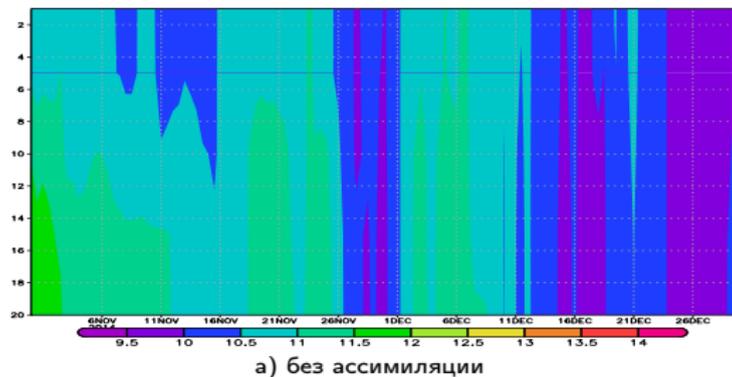


Рис. 3 : Изменение солёности в районе станции Дарсс Силл  $54,5^{\circ}$  с.ш.,  $12,2^{\circ}$  в.д., большой балтийский заток 2014 года

- 1 Результаты численных экспериментов показали, что использование алгоритма (4)-(6) для учета затока соленых вод в Балтийское море в декабре 2014 года позволило воспроизвести такие процессы как увеличение придонной солености в Датских проливах и в районе станции Дарсс Силл.
- 2 При использовании “nudging”-метода ББЗ не воспроизводится.
- 3 Сравнение с результатами моделирования<sup>3</sup> и данными наблюдений показало, что для улучшения результатов расчетов можно также использовать измельчение сетки в районе Датских проливов и более детализированную топографию.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 19-01-00595, в рамках которого сформулирован алгоритм), а также РНФ (грант 20-11-20057), в рамках которого проведены численные эксперименты.