

Алгоритмы вариационной ассимиляции данных на открытой границе и разделения области для модели гидротермодинамики Белого, Баренцева и Карского морей

Лёзина Н.Р., Шелопут Т.О.

Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 19-01-00595

Введение

Моделирование гидротермодинамики отдельных акваторий (морей, заливов, открытых акваторий океана) и прибрежных территорий является актуальным и развивающимся направлением математической геофизики. Точное воспроизведение процессов в таких акваториях невозможно без корректного задания граничных условий на открытых границах. В настоящей работе рассматриваются алгоритмы вариационной ассимиляции данных на открытой границе и разделения области для модели гидротермодинамики Белого, Баренцева и Карского морей. Использование алгоритмов на основе методов разделения области позволяет рассматривать моделируемую акваторию северных морей как совокупность некоторых подобластей.

Описание модели

Модель INMOM[1], применительно к которой формулируются алгоритмы ассимиляции данных и разделения области, основана на системе уравнений, записанных в приближениях Буссинеска и гидростатики, в обобщенной σ -системе координат.

[1] Дианский Н.А., Кабатченко И.М., Фомин В.В., Панасенкова И.И., Резников М.В. Система диагноза и прогноза термогидродинамических характеристик и ветрового волнения в западных морях российской Арктики и расчет параметров экстремального шторма 1975 г. в Баренцевом море с учетом ледовых условий// Вести газовой науки. 2018. №4 (36). С. 156 - 165.

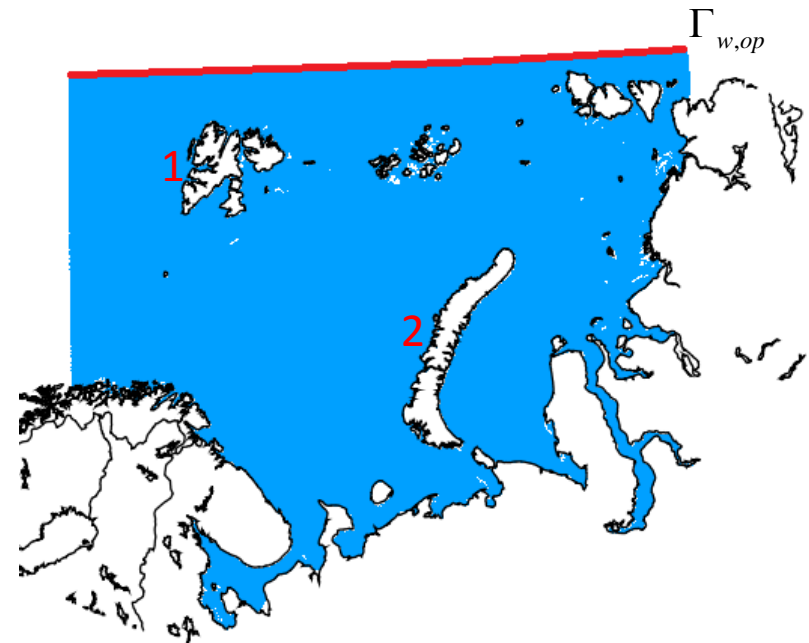
Метод расщепления

Для аппроксимации модели по времени используется метод расщепления по физическим процессам: на каждом шаге по времени решение полной системы заменяется решением подзадач (шаги метода расщепления):

Шаг 1. Задача переноса-диффузии температуры (T).

Шаг 2. Задача переноса-диффузии солёности (S).

Шаг 3. Задача о нахождении интегрального вектора скорости (\underline{U}) и уровня моря (ξ), а также вычисление поля векторов скоростей (\vec{U})



Моделируемая акватория Белого, Баренцева и Карского морей (1 - архипелаг Шпицберген; 2 - архипелаг Новая Земля); линией отмечена северная часть открытой границы ($\Gamma_{w,op}$)

Особенности численной реализации модели

- Атмосферное воздействие из модели WRF;
- Пространственное разрешение $\sim 2,7$ км, 20 вертикальных уровней;
- Область модели включает Белое, Баренцево, Печорское и Карское море;
- Полюс смещен на 75 градусов по широте;
- Для расчета динамики и термодинамики льда используется модель [2];
- Шаг по времени 300 с.

Задача вариационной ассимиляции данных о температуре на открытой границе

Найти дополнительную неизвестную функцию потока d_T , доставляющую минимум функционалу J_α :

$$J_\alpha(d_T, T(d_T)) \equiv \frac{\alpha}{2} \int_{t_{j-1}}^{t_j} \int_{\Gamma_{w,op}} d_T^2 d\Gamma dt + \frac{1}{2} \int_{t_{j-1}}^{t_j} \int_{\Gamma_{w,op}} (T - T_{obs})^2 d\Gamma dt \rightarrow \inf_{d_T}$$

где $T(d_T)$ является решением задачи:

$$\begin{cases} T_t + \mathbf{Div}(\vec{U}T) - \mathbf{Div}(\hat{a}_T \mathbf{Grad}T) = f_T \text{ в } D \times (t_{j-1}, t_j), \\ U_n^{(-)}T + \frac{\partial T}{\partial N_T} = m_{w,op}d_T + q_F \text{ на } \Gamma \times (t_{j-1}, t_j), \\ T = T_{j-1} \text{ при } t = t_{j-1} \text{ в } D, \end{cases}$$

$m_{w,op}$ - характеристическая функция открытой границы

$\Gamma_{w,op}$, T_{obs} - данные наблюдений за температурой,

$\alpha \geq 0$ - малый параметр.

Алгоритм решения данной задачи приведен в [3].

Задача вариационной ассимиляции данных об уровне на открытой границе

Найти дополнительную неизвестную функцию потока d_s , доставляющую минимум функционалу J_α :

$$J_\alpha(d_s, \xi(d_s)) = \frac{\alpha}{2} \int_{\partial\Omega} m_{w,op} \sqrt{gH} d_s^2 d\Gamma + \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} m_{w,op} \sqrt{gH} (\xi - \xi_{obs})^2 d\Gamma,$$

где $\xi(d_s)$ является решением задачи:

$$\begin{cases} \frac{\underline{U}}{\Delta t} + \begin{bmatrix} 0 & -\ell \\ \ell & 0 \end{bmatrix} \underline{U} - g \cdot \mathbf{grad} \xi = \tilde{f} \text{ в } \Omega, \\ \frac{\xi}{\Delta t} - \mathbf{div}(H\underline{U}) = (\bar{F})_3 \text{ в } \Omega, \\ H\underline{U} \cdot \vec{n} + m_{w,op} \sqrt{gH} \xi = m_{w,op} \sqrt{gH} d_s \text{ на } \partial\Omega, \end{cases}$$

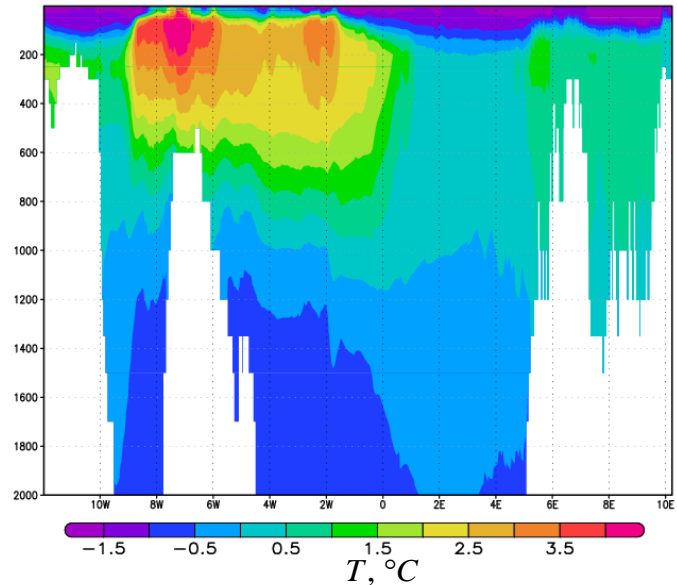
ξ_{obs} - данные наблюдений за уровнем, $\alpha \geq 0$ - малый параметр.

Алгоритм решения данной задачи приведен в [3].

Доступность данных

На сайте <https://marine.copernicus.eu/> доступны следующие массивы данных наблюдений об уровне моря – данные спутниковой альтиметрии и данные измерений “in situ” с уровнемерных постов. Рассуждение о применимости этих данных в алгоритме вариационной ассимиляции уровня приведено в работе [4]. Из-за большой протяженности открытой границы в модели использовать эти данные не представляется возможным. Для алгоритма ассимиляции температуры необходимы данные на различных слоях по глубине. В работе были использованы данные реанализа GLORYS12V1. Была написана программа, реализующая извлечение и интерполяцию данных на открытую границу модели.

Температура на $\Gamma_{w,op}$ по результатам реанализа на 01.03.2017



[4] Шелопут Т. О. Численное решение задачи вариационной ассимиляции данных об уровне на жидкой (открытой) границе в модели гидротермодинамики Балтийского моря //Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2018. Т. 15. №. 7. С. 15-23.

Описание метода разделения области [5]

После введения внутренней границы, разделяющей исходную область, на ней записываются условия сшивки: $\xi^{(1)} = \xi^{(2)}$, $H(\underline{U}^{(1)} \cdot \underline{n}) = H(\underline{U}^{(2)} \cdot \underline{n})$. Некоторые из условий сшивки объявляются «управлениями» $\xi^{(1)} = \xi^{(2)} = d_{sw}$ и подлежат отысканию вместе с решениями в подобластях $\xi^{(i)}$, $\underline{U}^{(i)}$, $i=1,2$. В качестве уравнения замыкания принимается вторая часть условий сшивки. Необходимо найти дополнительную неизвестную функцию потока d_{sw} , доставляющую минимум функционалу:

$$J = \frac{1}{2} \alpha \int_{\Gamma_{in}} (d_{sw} - d_{sw}^{(0)})^2 d\Gamma + \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{in}} H^2 \left((\underline{U}^{(1)} \cdot \underline{n}) - (\underline{U}^{(2)} \cdot \underline{n}) \right)^2 d\Gamma$$

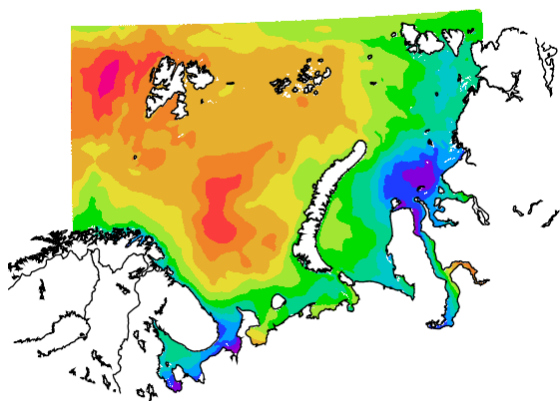
[5] Агошков В. И. Методы разделения области в задачах гидротермодинамики океанов и морей. – М.: ИВМ РАН, 2017.

Результаты численных экспериментов с использованием метода разделения области в модели гидротермодинамики Белого, Баренцева и Карского морей

t = 24 h

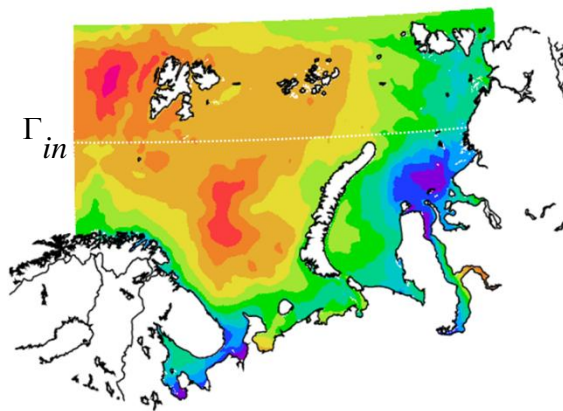
t = 24 h

t = 24 h



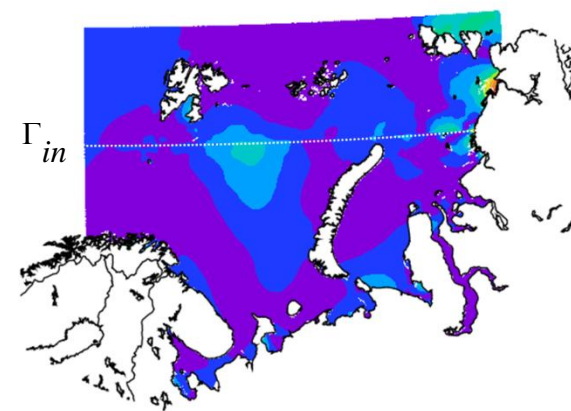
-35 -25 -15 -5 5 15
 $\xi, \text{ см}$

(a)



-35 -25 -15 -5 5 15
 $\xi_{ddm}, \text{ см}$

(б)

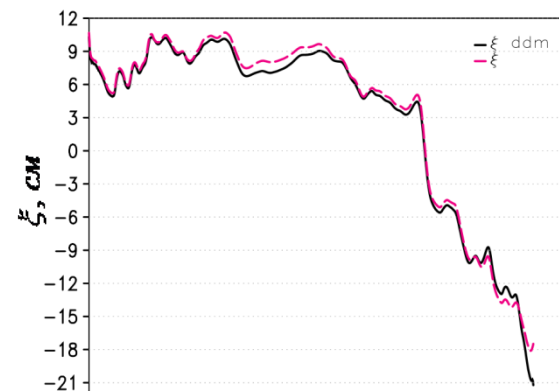


0 0.6 1.2 1.8 2.4 3
 $|\xi - \xi_{ddm}|, \text{ см}$

(в)

t = 24 h

Результаты значения уровня на момент времени 24 часа от начала расчета (а) без применения метода разделения области; (б) с использованием метода разделения области; (в) модуль разности между (а) и (б); (г) значение уровня на момент времени 24 часа от начала расчета на «внутренней» границе разделения области Γ_{in}



(г)