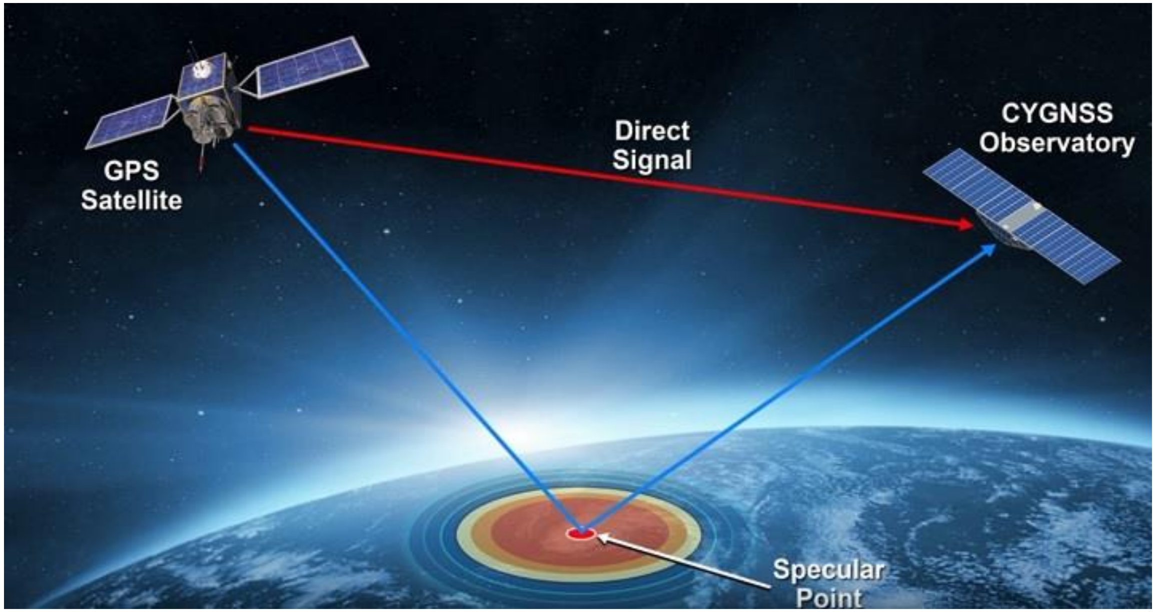


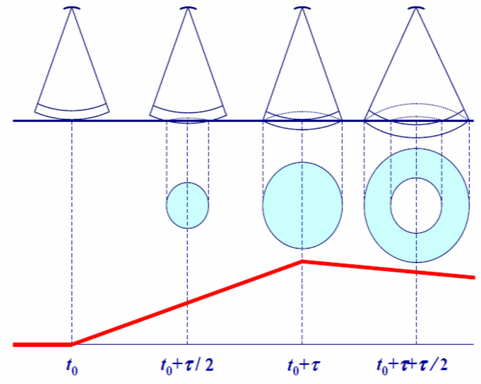
Бистатическая взаимная корреляционная функция двух сигналов разнесенных по частоте отраженных водной поверхностью

Титченко Ю.А., Караев В.Ю., Мешков Е. М., Ковалдов Д.А.

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород

Актуальность

Одним из самых важных параметров определяющим энергию и интенсивность волнения является высота волн.
Существую спутниковые радио альтиметры для измерения уровня воды и высоты волн. Есть традиционные подход на основе анализа формы отраженного импульса.



Но есть так же принципиально другой подход использующий для оценки высот волн двухчастотную взаимную корреляционную функцию.
Weissman, 1973
Гарнакерьян, Сосунов, 1978
Ka, Baskakov, 2015

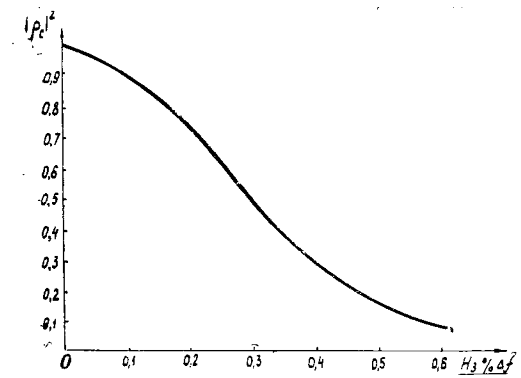
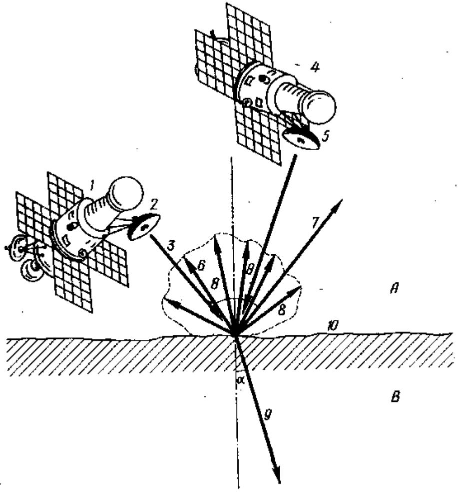


Рис. 15. Зависимость квадрата модуля коэффициента частотной корреляции от $\frac{H_{3\%}\Delta f}{c}$

Для создания новых схем дистанционного зондирования для восстановления дисперсии высот и уклонов волн и других параметров волн предлагается перенести подход анализа двухчастотной взаимной корреляционной функции на бистатический случай для расширения области применимости.

Цель работы



Вывод выражения для взаимной корреляционной функции двух отраженных в квазизеркальной области радиосигналов близких по частоте.

Задача рассматривается в общем виде для бистатической постановки задачи используя приближении Кирхгофа.

При выводе учитываются диаграммы направленности излучающей и приемной антенн, которые можно задать асимметричными.

Отражающая водная поверхность описывается 4 статистическими параметрами: дисперсией высот, дисперсией уклонов в двух перпендикулярных направлениях и коэффициентом корреляции уклонов в двух перпендикулярных плоскостях.

Для проверки необходимо получить выражение для частного случая излучения и приема сигналов строго по нормали к невозмущенной водной поверхности, что фактически аналогично схеме измерений спутникового радиоальтиметра.

Бистатика

Преимуществом бистатического дистанционного зондирования:

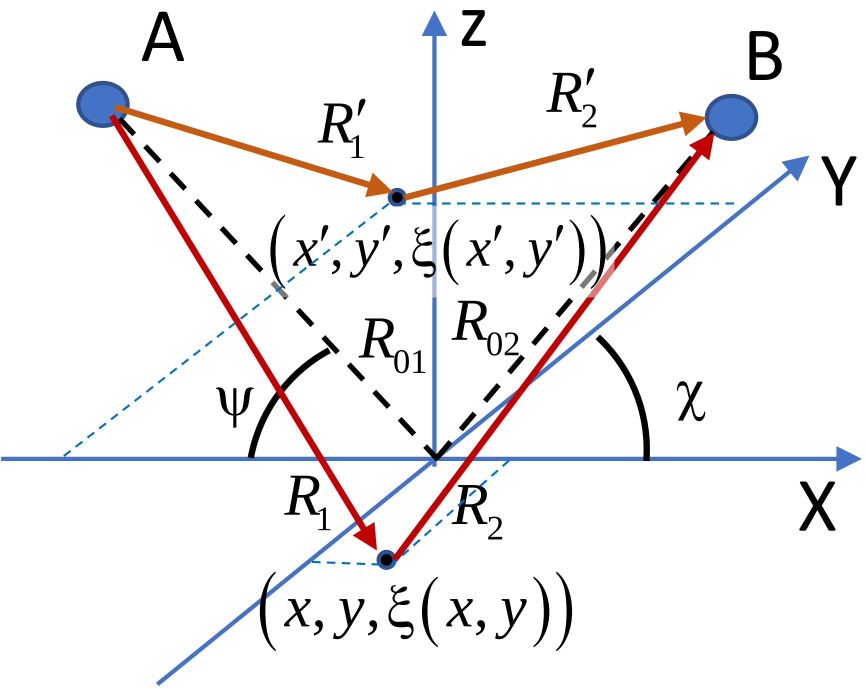
1) Возможность проводить измерения в удаленной от приемника и излучателя области

2) Рассеяние в квазизеркальной области открывает возможности:

- Получить связь характеристик рассеяния с параметрами водной поверхности;
- Создания новых алгоритмов решения обратной задачи;
- Уровень мощности принимаемого сигнала в квазизеркальной области отражения значительно превосходит область резонансного рассеяния

Постановка задачи

$$\frac{\Delta k}{k_1}=\frac{k_2-k_1}{k_1}\ll 1$$



$$G_1\left(x,y\right)=\mathrm{e}^{\left(-1{,}38\frac{\sin^2\psi}{R_{01}^2\delta_{1x}^2}x^2-1{,}38\frac{y^2}{R_{01}^2\delta_{1y}^2}\right)},$$

$$G_2\left(x,y\right)=\mathrm{e}^{\left(-1{,}38\frac{\sin^2\chi}{R_{02}^2\delta_{2x}^2}x^2-1{,}38\frac{y^2}{R_{02}^2\delta_{2y}^2}\right)}$$

$$U_1=\frac{U_0q\left(k_1\right)^2V_{eff}}{4\pi iR_{01}R_{02}q_z\left(k_1\right)}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}G_1\left(x,y\right)G_2\left(x,y\right)e^{ik_1\left(R_1+R_2\right)}dxdy$$

$$U_2=\frac{U_{02}q\left(k_2\right)^2V_{eff}}{4\pi iR_{01}'R_{02}'q_z\left(k_2\right)}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}G_1'\left(x,y\right)G_2'\left(x,y\right)e^{ik_2\left(R_1'+R_2'\right)}dxdy$$

$$\vec{q}\left(k_i\right)=\left(q_x,q_y,q_z\right)=-k_i\nabla\left(R_{01}+R_{02}\right)$$

$$R_1=R_{01}+R_{1x}'\Delta x+R_{1y}'\Delta y+R_{1z}'\Delta z+\left(R_{1xx}''\Delta x^2+R_{1yy}''\Delta y^2\right)/2$$

$$R_1'=R_{01}+R_{1x}'\Delta x'+R_{1y}'\Delta y'+R_{1z}'\Delta z'+\left(R_{1xx}''\Delta x'^2+R_{1yy}''\Delta y'^2\right)/2$$

$$R_2=R_{02}+R_{2x}'\Delta x+R_{2y}'\Delta y+R_{2z}'\Delta z+\left(R_{2xx}''\Delta x^2+R_{2yy}''\Delta y^2\right)/2$$

$$R_2'=R_{02}+R_{2x}'\Delta x'+R_{2y}'\Delta y'+R_{2z}'\Delta z'+\left(R_{2xx}''\Delta x'^2+R_{2yy}''\Delta y'^2\right)/2$$

$$R_{1x}'=\cos\psi\qquad R_{2x}'=-\cos\chi\qquad R_{1y}'=R_{2y}'=0$$

$$R_{1z}'=-\sin\psi\qquad R_{1xx}''=\sin^2\psi/R_{01}\qquad R_{2xx}''=\sin^2\chi/R_{02}$$

$$R_{1yy}''=1/R_{01}\qquad R_{2z}'=-\sin\chi\qquad R_{2yy}''=1/R_{02}$$

КРОСС КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ

кросс корреляционная функция $K(\Delta k) = \left\langle U_1 U_2^{\,*} \right\rangle$

$$K(k_1 - k_2) = \frac{U_0 U_{02} q(k_1)^2 q(k_2)^2 V^2{}_{eff}}{16\pi^2 R_{01}^2 R_{02}^2 q_z(k_1) q_z(k_2)} \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} G_1(x,y) G_2(x,y) G_1'(x',y') G_2'(x',y') \times \left\langle e^{ik_1(R_1+R_2) - ik_2(R_1'+R_2')} \right\rangle dx dy dx' dy'.$$

$$\left\langle e^{ik_1(R_1+R_2)-ik_2(R_1'+R_2')} \right\rangle = \exp\left(\frac{1}{2} i\Delta k R_{xx}'' x^2 + i\Delta k R_x' x - ik_2 R_{xx}'' x \rho_x + \frac{1}{2} i\Delta k R_{yy}'' y^2 - ik_2 R_{yy}'' y \rho_y - ik_2 R_x' \rho_x \right) \times \left\langle e^{iR_z'(k_1\xi - k_2\xi')} \right\rangle.$$

По определению характеристической функции двумерной случайной величины:

$$\left\langle e^{iR_z'(k_1\xi - k_2\xi')} \right\rangle = \exp\left\{ -\frac{1}{2} R_z'^2 \left[\sigma_\xi^2 (\Delta k)^2 - k_1 k_2 \left(-\sigma_{xx}^2 \rho_x^2 + 2K_{xy}\rho_y\rho_x - \sigma_{yy}^2 \rho_y^2 \right) \right] \right\}.$$

где $\sigma_\xi^2 = \langle \xi; \xi \rangle$ $\quad \sigma_{xx}^2 = \left\langle \frac{\partial \xi}{\partial x}; \frac{\partial \xi}{\partial x} \right\rangle$ $\quad \sigma_{yy}^2 = \left\langle \frac{\partial \xi}{\partial y}; \frac{\partial \xi}{\partial y} \right\rangle$ $\quad K_{xy} = \left\langle \frac{\partial \xi}{\partial x}; \frac{\partial \xi}{\partial y} \right\rangle$

коэффициент корреляции $\rho(\Delta k) = \dfrac{K(\Delta k)}{\sqrt{\left\langle |U_1|^2 \right\rangle} \sqrt{\left\langle |U_2|^2 \right\rangle}}$

$$\rho(\Delta k) = \frac{\exp\left\{ i\Delta k (R_{01} + R_{02}) - \frac{1}{2} R_z'^2 \sigma_\xi^2 (k_1 - k_2)^2 \right\}}{q_{12} \sqrt{\left(\frac{T (k_2 R_{xx}'')^2}{4\sigma_{xx}^2 a_1 q_{12}} - \left(\frac{1}{2} i\Delta k R_{xx}'' + a_x \right) L \right)} \sqrt{\sigma_{yy}^2 \sigma_{xx}^2 - (K_{xy})^2}} \exp\left\{ \frac{\frac{T (k_2 R_x')^2}{L q_{12} \sigma_{xx}^2 a_1} \left(a_x - i\Delta k \frac{R_{xx}''}{2} \right) - (\Delta k R_x')^2}{\left(\frac{T (k_2 R_{xx}'')^2}{L a_1 q_{12} \sigma_{xx}^2} - 2i\Delta k R_{xx}'' - 4a_x \right)} \right\},$$

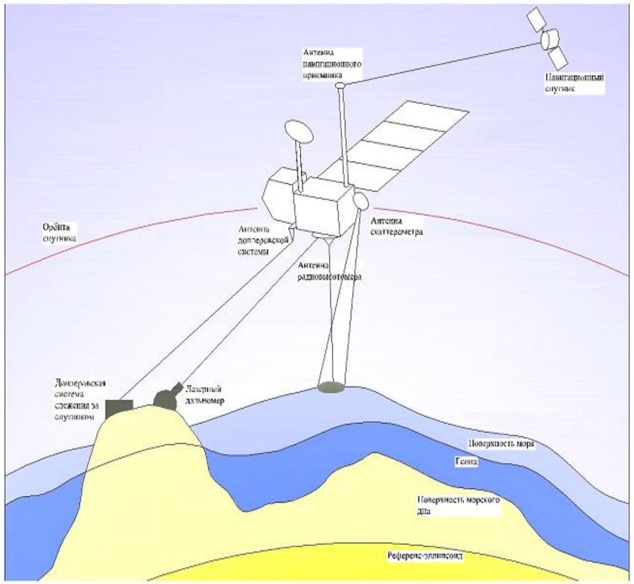
где $\quad L = \dfrac{(k_2 R_{yy}'')^2}{2 q_{12} a_1} - a_y - \dfrac{1}{2} i\Delta k R_{yy}''$, $\quad q_{12} = R_z'^2 k_1 k_2$, $\quad T = \dfrac{(k_2 R_{yy}'')^2}{q_{12}} - 2a_y \sigma_{yy}^2 - \sigma_{yy}^2 i\Delta k R_{yy}''$,

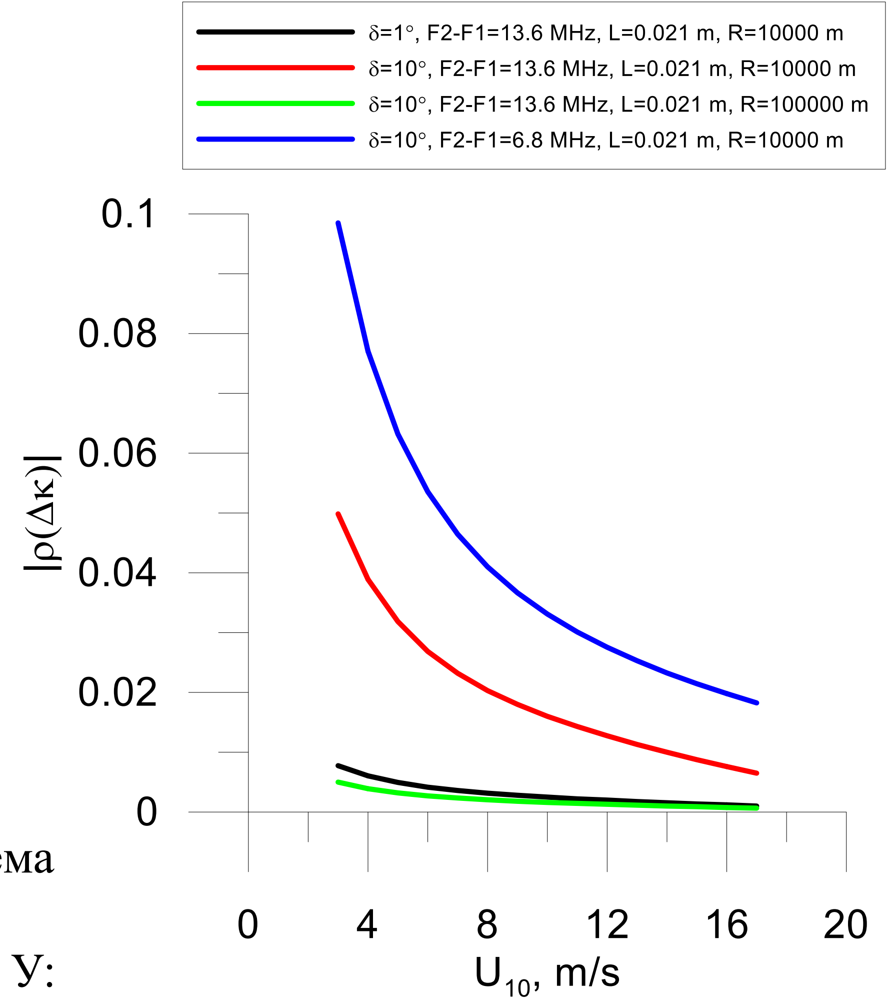
$$a_1 = \sigma_{yy}^2 - \frac{(K_{xy})^2}{\sigma_{xx}^2}, \quad a_x = \frac{-2{,}76 \sin^2\psi}{R_{01}^2 \delta_{1x}^2} - \frac{2{,}76 \sin^2\chi}{R_{02}^2 \delta_{2x}^2}, \quad a_y = -\frac{2{,}76}{R_{01}^2 \delta_{1y}^2} - \frac{2{,}76}{R_{02}^2 \delta_{2y}^2}.$$

модуль коэффициента корреляции

$$|\rho(\Delta k)| = \sqrt{\rho(\Delta k)\rho^*(\Delta k)}$$

Проверка. Моностатический случай.





Для случая вертикального излучения и приема сигналов одной и той же антенной при распространении волнения вдоль оси Х или У:

$$\left|\rho(\Delta k)\right| = \frac{\sqrt{\delta_y^2\delta_x^2}\exp\left\{-2\sigma_\xi^2(\Delta k)^2\right\}}{5.52\sqrt{\left(\dfrac{\delta_y^2 k_2}{11.04k_1}+\sigma_{yy}^2\right)\left(\dfrac{\delta_x^2 k_2}{11.04k_1}+\sigma_{xx}^2\right)}}\left(1+\frac{R_0^2(\Delta k)^2}{\left(\dfrac{k_2}{2\sigma_{xx}^2 k_1}+\dfrac{5.52}{\delta_x^2}\right)^2}\right)^{-\frac{1}{4}}\left(1+\frac{R_0^2(\Delta k)^2}{\left(\dfrac{k_2}{2k_1\sigma_{yy}^2}+\dfrac{5.52}{\delta_y^2}\right)^2}\right)^{-\frac{1}{4}}.$$

Вывод

1. Получена явная связь кросс корреляционной функции двух сигналов, разнесенных по частоте отраженных водной поверхностью от параметров волн.
2. Впервые данный подход распространен на бистатическую постановку задачи.
3. Впервые учитывается 4 параметра отражающей поверхности: дисперсия высот волн, дисперсии уклонов в двух перпендикулярных плоскостях и коэффициент корреляции уклонов в двух плоскостях.
4. Для частного случая излучения и приема сигнала в одной точке получено финальное выражение для модуля коэффициента корреляции двух сигналов, разнесенных по частоте. Полученное выражение совпало с полученными ранее.
5. Из полученных выражений следует, что по измерениям кросс корреляционной функции двух сигналов, разнесенных по частоте в бистатической постановке задачи, могут быть определены дисперсия высот, дисперсии уклонов волн, а также коэффициент корреляции уклонов.