

**Математическое моделирование волновых полей и
доплеровских сдвигов частоты в окрестности
каустического острия при наличии нестационарных
неоднородностей ионосферы**

Е.В. Михалёва, А.С. Крюковский, Д.В. Растягаев

Введение

При исследовании перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ) доплеровскими методами [1,2] возникают области многолучевости, которые называют S-образными кривыми и обычно связывают с образованием каустик [3-5]. В настоящей работе выполнено математическое и численное моделирование такой каустической структуры на основе расчета бихарактеристической системы уравнений и показано, что S-образные кривые соответствуют каустической особенности (катастрофе) типа каустическое остриё (A_3).

1. Лукин Д.С., Школьников В.А. Исследование влияния регулярных горизонтальных градиентов, локальной и интегральной электронных концентраций ионосферы на величину и характер изменения вдоль орбиты ИСЗ приведённой разности доплеровских смещённых частот // Космические исследования, 1972. Т.10, № 1. С.66-72.
2. Лукин Д.С., Заец П.Г., Макальский С.А., Чешев Ю.В., Школьников В.А., Палкин Е.А. Доплеровский метод экспериментального исследования квазиволновых процессов в ионосфере // XIII Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. Горький, 19–20 июня 1981 г. М.: Наука, 1981. Т.1. С. 49–52.
3. Лукин Д.С., Школьников В.А. Численный метод расчета эффекта Доплера и приведённой разности доплеровских частот радиоволн, излучаемых когерентно с ИСЗ // Космические исследования, 1968. Т.6, № 3. С.389-394.
4. Заец П.Г., Ипатов Е.Б., Лукин Д.С., Макальский С.А., Палкин Е.А., Чешев Ю.В., Школьников В.А. Экспериментальные исследования доплеровских спектров КВ-сигналов, излучаемых с ИСЗ // XIII Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. Горький, 19–20 июня 1981 г. М.: Наука, 1981. Т.1. С. 238–240.
5. Гузминов П.П., Заец П.Г., Лукин Д.С., Палкин Е.А., Чешев Ю.В. Исследование ионосферы амплитудно-доплеровским методом. постановка эксперимента, методика обработки данных на ЭВМ // Распространение и дифракция волн в неоднородных средах. М.: МФТИ, 1989. С. 15–23.

Модель ионосферы и ПИВ

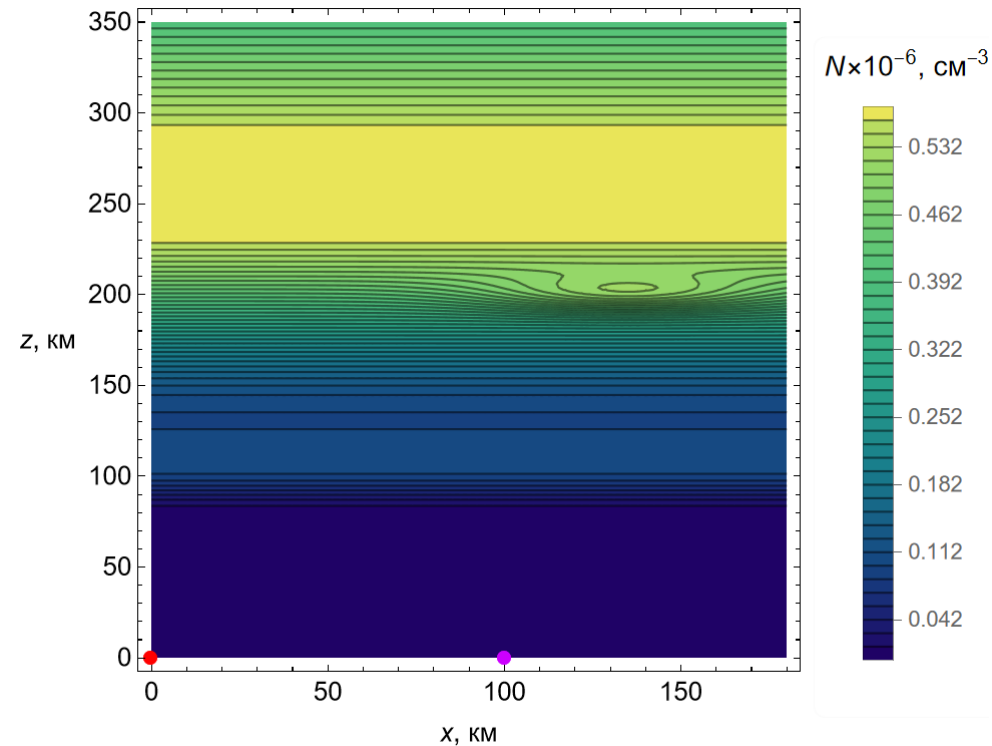


Рис. 1. Линии равных уровней электронной концентрации в плоскости (x, z) , $x_d = 135$ км

На рис. 1 показана модель электронной концентрации ионосферы. Красной точкой показано положение передатчика, а фиолетовой точкой – приёмника. Расстояние между ними 100 км.

Модель среды распространения

- Зависимость электронной концентрации ионосферы от координат задана формулой

$$N = N_{F2} \exp\left[\frac{1}{2}(1 - \exp[\theta_{F2}] + \theta_{F2})\right] + N_{F1} \exp\left[\frac{1}{2}(1 - \exp[\theta_{F1}] + \theta_{F1})\right] \\ + N_E \exp\left[\frac{1}{2}(1 - \exp[\theta_E] + \theta_E)\right] + N_d$$

- $N_{F1} \approx 70254,3 \text{ см}^{-3}$, $N_{F2} \approx 561828,0 \text{ см}^{-3}$, $N_E \approx 104611,7 \text{ см}^{-3}$

$$\theta_{F1} = \frac{1}{40}(196 - z) \quad \theta_{F2} = \frac{1}{55}(263 - z) \quad \theta_E = \frac{2}{25}(108 - z)$$

Модель ПИВ

- Электронная концентрация ПИВ определялась выражением

$$N_d = \beta_0 N_0 \exp \left[- \left(\frac{z_d - z}{z_{md}} \right)^2 - \left(\frac{x_d - x + v_d t}{x_{md}} \right)^2 \right]$$

- $\beta_0 = 0,1$; $N_0 = 1,9 \times 10^6 \text{ см}^{-3}$; $z_d = 200 \text{ км}$; $z_{md} = 10 \text{ км}$; $x_{md} = 40 \text{ км}$.
- Скорость движения ПИВ $v_d = 200 \text{ м/с}$.
- Неоднородность перемещается горизонтально от источника излучения к приёмнику.
- координаты z и x выражены в километрах, t - время.
- Источник излучения находился в начале координат, приёмник – на расстоянии 100 км вдоль оси x .
- Если $x_d = 50 \text{ км}$, центр ПИВ располагается посередине трассы.
- Начальная частота излучения $f_0 = 6,2 \text{ МГц}$.

Бихарактеристическая система в нестационарной плазме

- В работе применялась бихарактеристическая система Лукина [1]

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \left(2c^2\vec{k} - \frac{\partial\omega^2\varepsilon}{\partial\vec{k}} \right) / \frac{\partial\omega^2\varepsilon}{\partial\omega} \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{\partial\omega^2\varepsilon}{\partial\vec{r}} / \frac{\partial\omega^2\varepsilon}{\partial\omega} \quad \frac{d\omega}{dt} = - \frac{\partial\omega^2\varepsilon}{\partial t} / \frac{\partial\omega^2\varepsilon}{\partial\omega}$$

- Эффективная диэлектрическая проницаемость [2]

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{2\nu(1-\nu)}{2(1-\nu) - u \sin^2 \theta \pm \sqrt{u^2 \sin^4 \theta + 4u(1-\nu)^2 \cos^2 \theta}} \quad u = \frac{\omega_H^2}{\omega^2} \quad \nu = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

1. Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере. // Космические исследования, 1967. Т. 5. Вып. 4. С. 593–600.
2. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1973. 502 с.

Лучевые траектории и доплеровский сдвиг

- Положение центра ПИВ $x_d = 55$ км, 301 луч

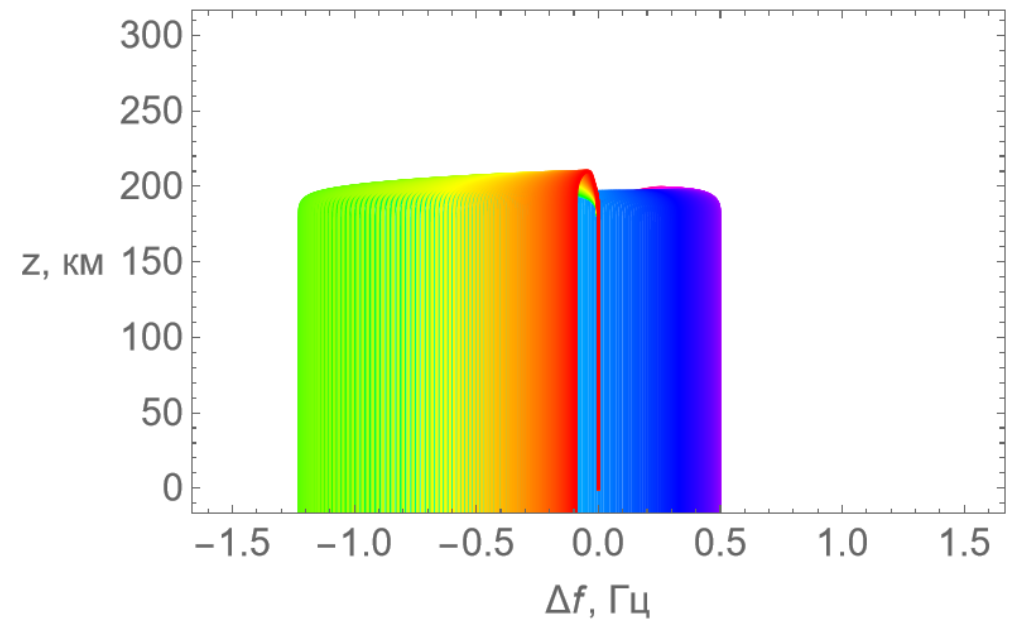
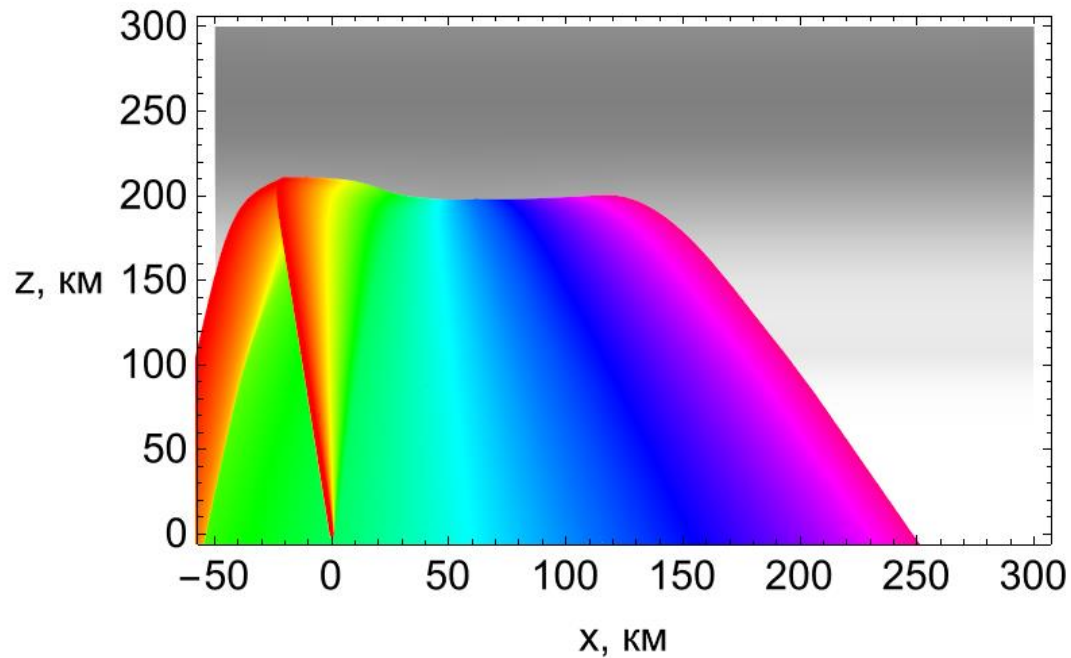


Рис. 2. Характеристики распространения: а) – лучевые траектории, б) – доплеровский сдвиг вдоль лучей

Под влиянием ПИВ прогибается верхняя каустика (огибающая семейства лучей).

Доплеровский сдвиг вдоль поверхности земли

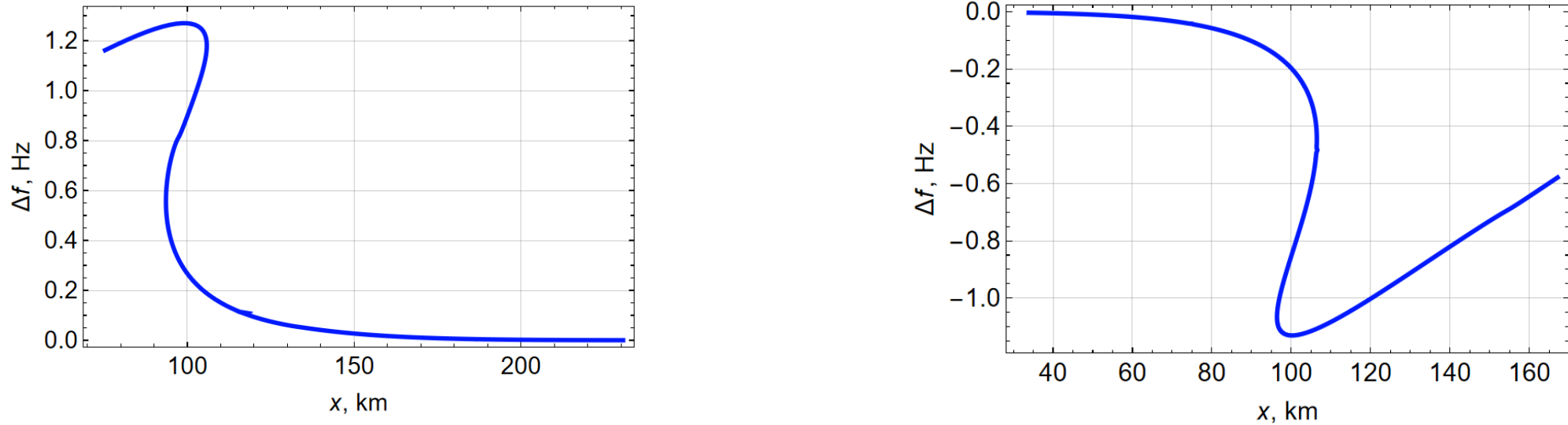


Рис. 3. Зависимость доплеровского сдвига частоты Δf от расстояния x , а) – $x_d = -20$ км; б) – $x_d = 135$ км.

Выбрано два положения центра ПИВ (до источника и после приёмника), при которых возникает многолучёвость в точке приёма (100 км). Это S-образные кривые. Когда центр ПИВ левее точки приёма, доплеровский сдвиг положительный, а когда правее источника – отрицательный и может по модулю превышать 1 Гц.

Точки графиков, которые имеют вертикальные касательные, соответствуют каустикам. В обоих случаях имеет место каустическое остриё – катастрофа A_3 .

Задержка t вдоль поверхности земли

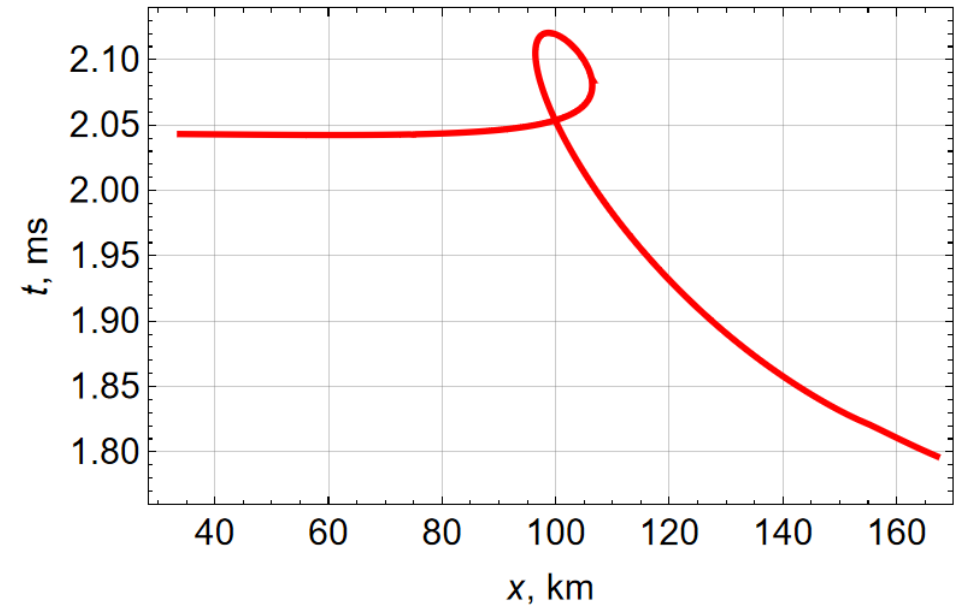
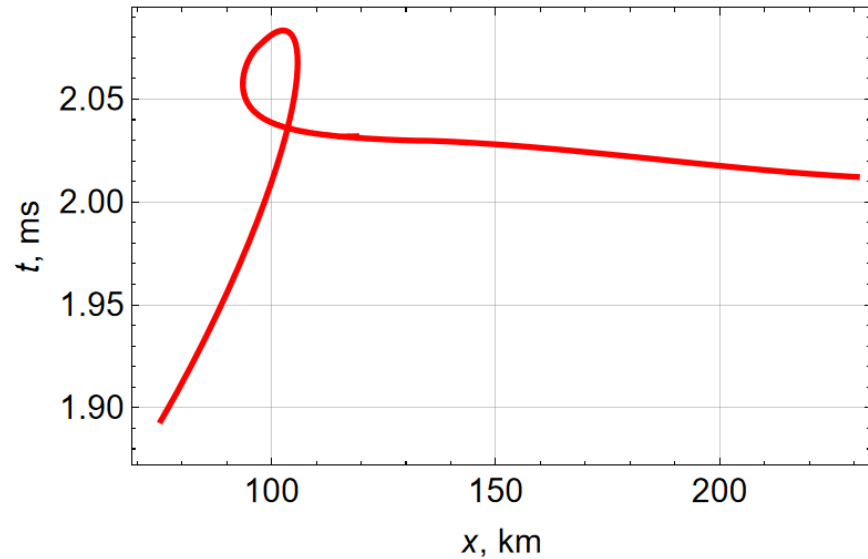


Рис. 4. Зависимость группового времени t от расстояния x , а) – $x_d = -20$ км; б) – $x_d = 135$ км.

На этих рисунках S-образные кривые не образуются, но образуются петли времени: в приёмник приходят три луча каждый со своим временем запаздывания. Точки графиков, которые имеют вертикальные касательные, соответствуют каустикам. При изменении положения центра ПИВ петля времени движется вдоль поверхности земли.

Угол выхода луча вдоль поверхности Земли

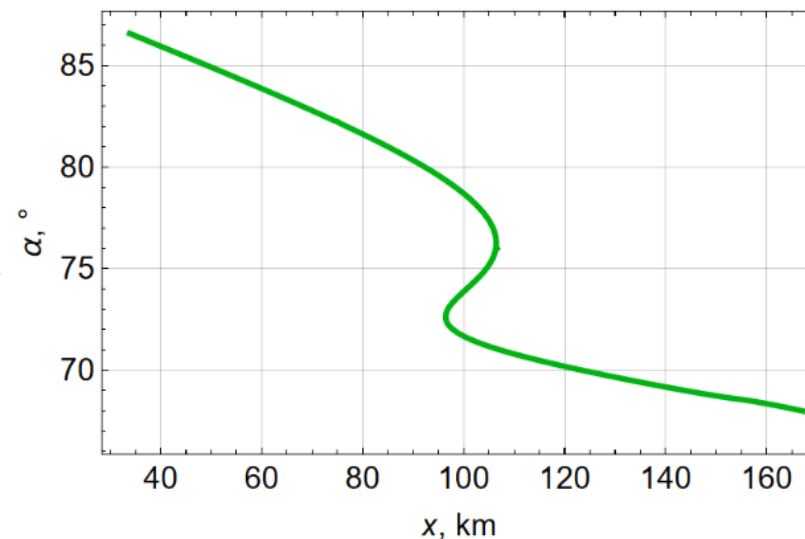
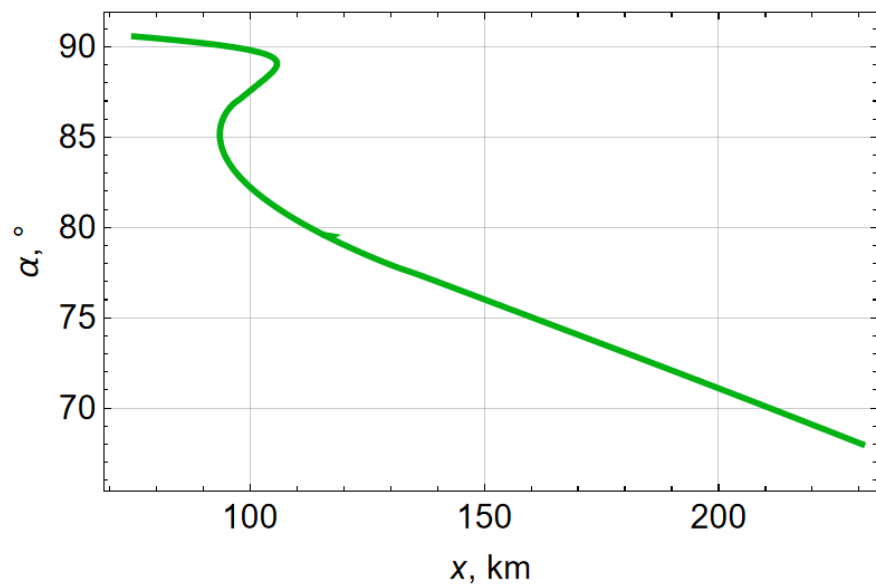


Рис. 5. Зависимость угла выхода луча α от расстояния x , а) – $x_d = -20$ км; б) – $x_d = 135$ км.

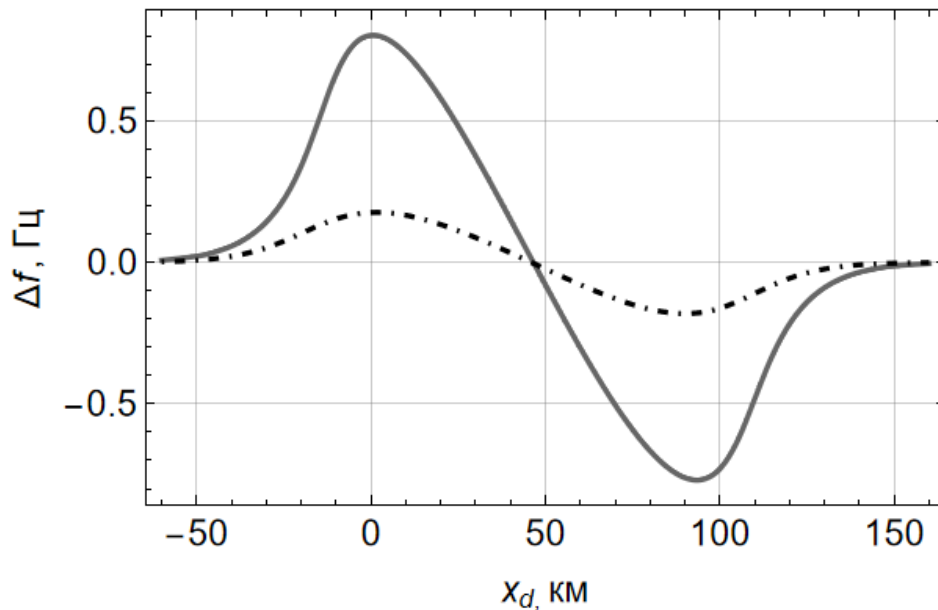
На рисунках образуются S-образные кривые.

Видно, что в приемник приходят три луча, вышедших из источника излучения под разными углами.

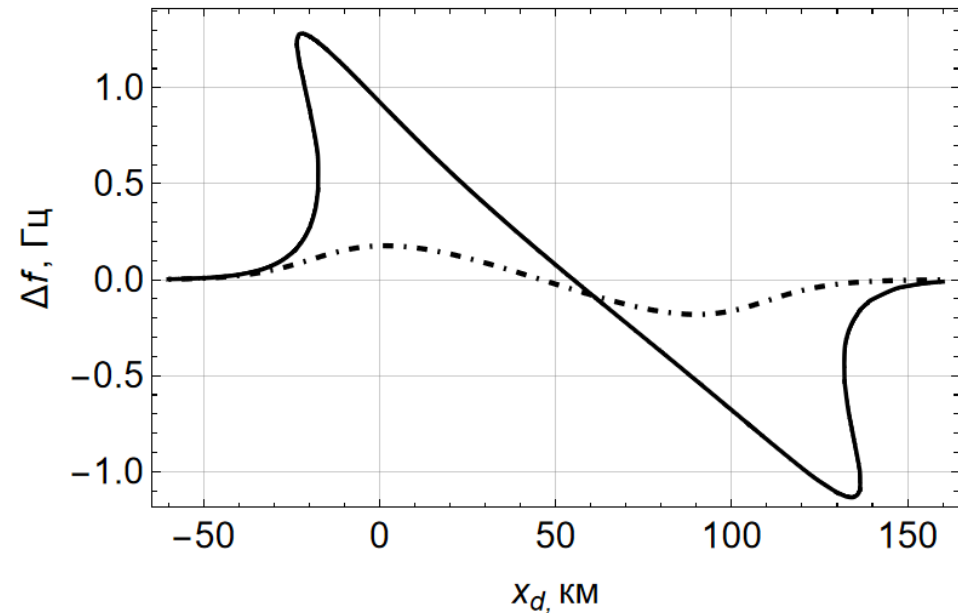
РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДОПЛЕРОВСКОГО СМЕЩЕНИЯ

Зависимость доплеровского сдвига частоты Δf от положения центра ПИВ x_d

Необыкновенная волна; сплошная линия: $f=7,3$ МГц, штрихпунктирная линия: $f=6,2$ МГц

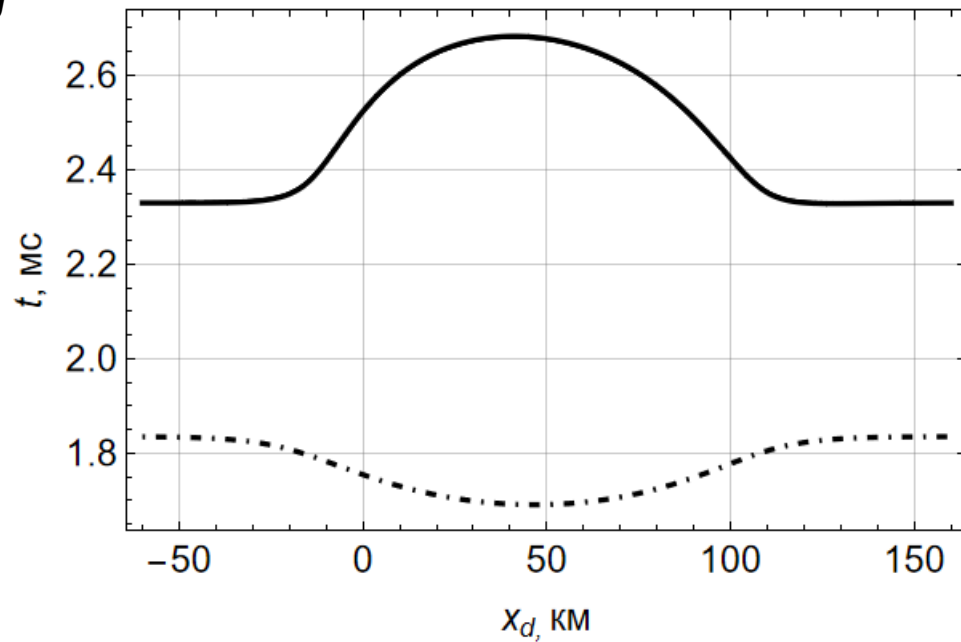


частота: $f=6,2$ МГц, обыкновенная волна — сплошная линия, необыкновенная волна — штрихпунктирная линия

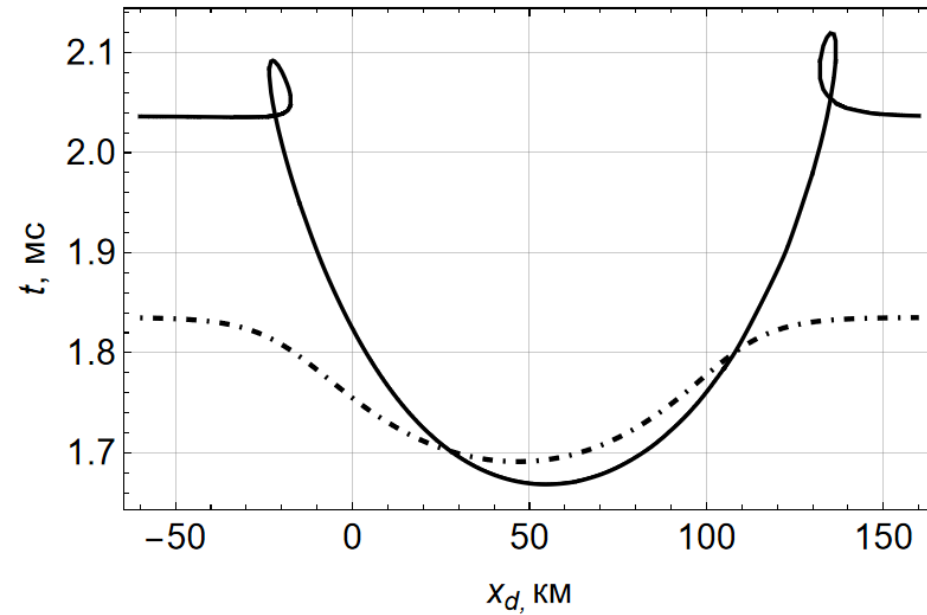


Зависимость группового времени t от положения центра ПИВ x_d

(а) – необыкновенная волна; сплошная линия:



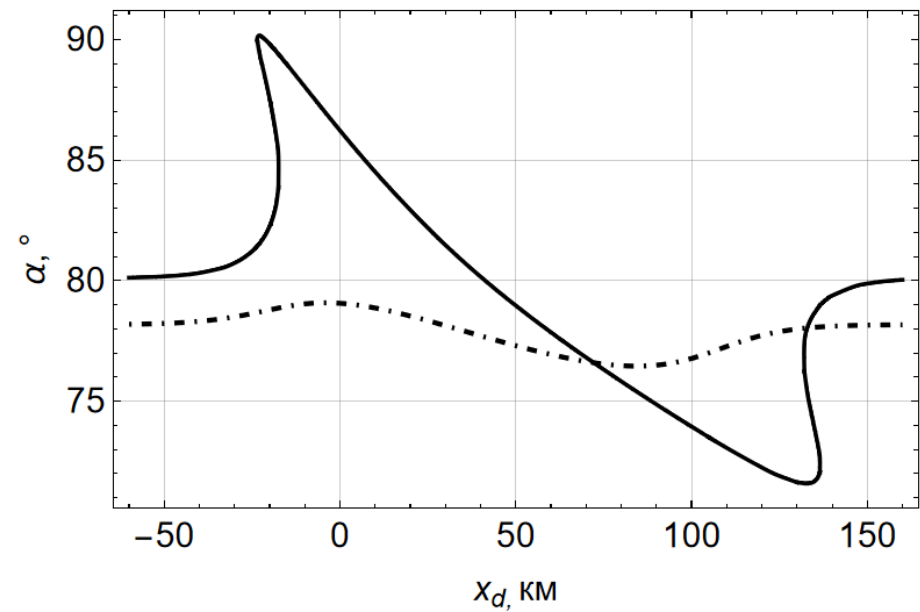
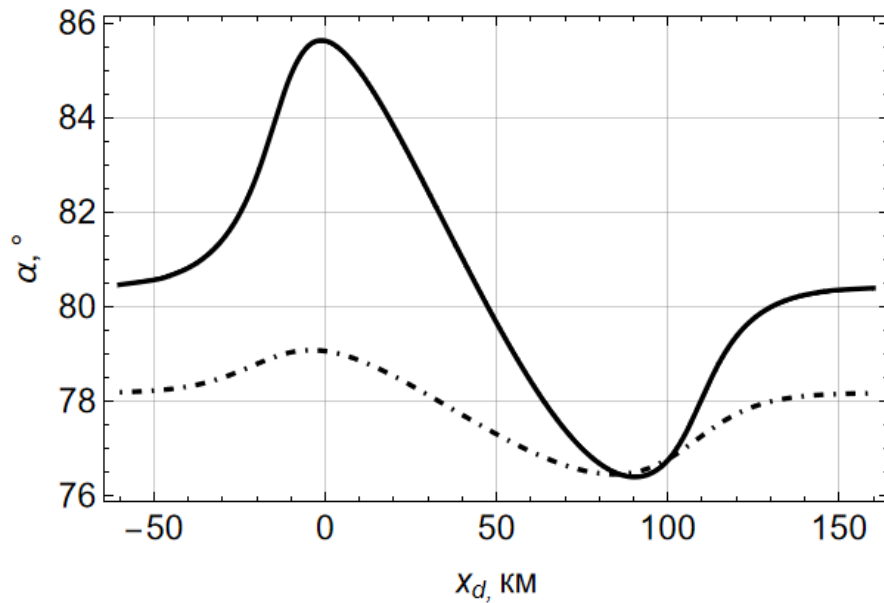
(б) – частота: $f=6,2$ МГц, обыкновенная волна – сплошная линия, необыкновенная волна – штрихпунктирная линия



Зависимость угла выхода луча от положения центра ПИВ x_d

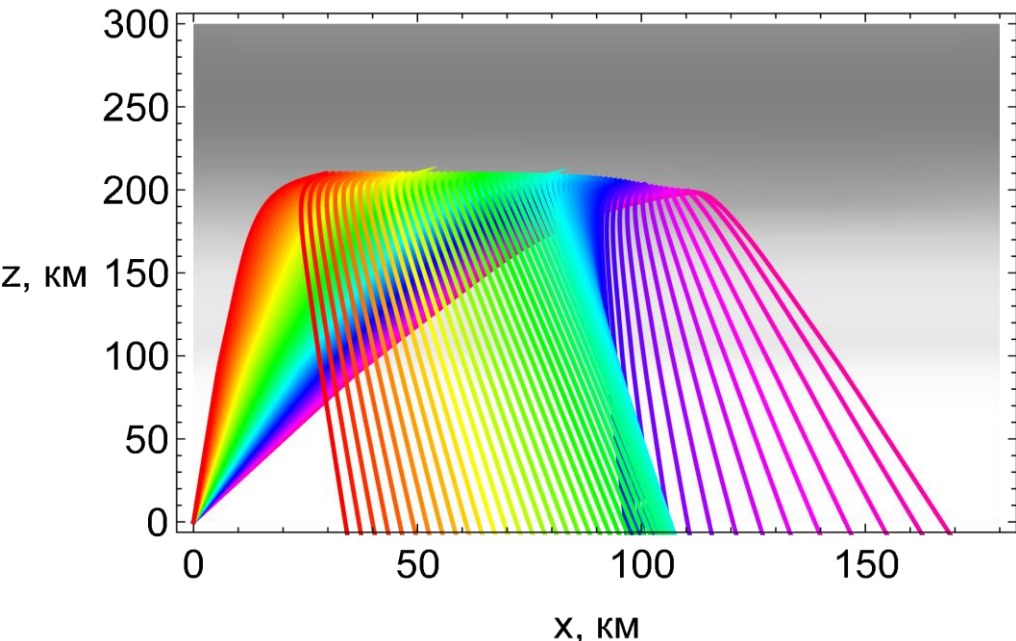
(а) – необыкновенная волна; сплошная линия: $f=7,3$ МГц, штрихпунктирная линия: $f=6,2$ МГц

(б) – частота: $f=6,2$ МГц, обыкновенная волна – сплошная линия, необыкновенная волна – штрихпунктирная линия



Лучевая структура в окрестности каустики

Лучевая структура



Окрестность каустического острья

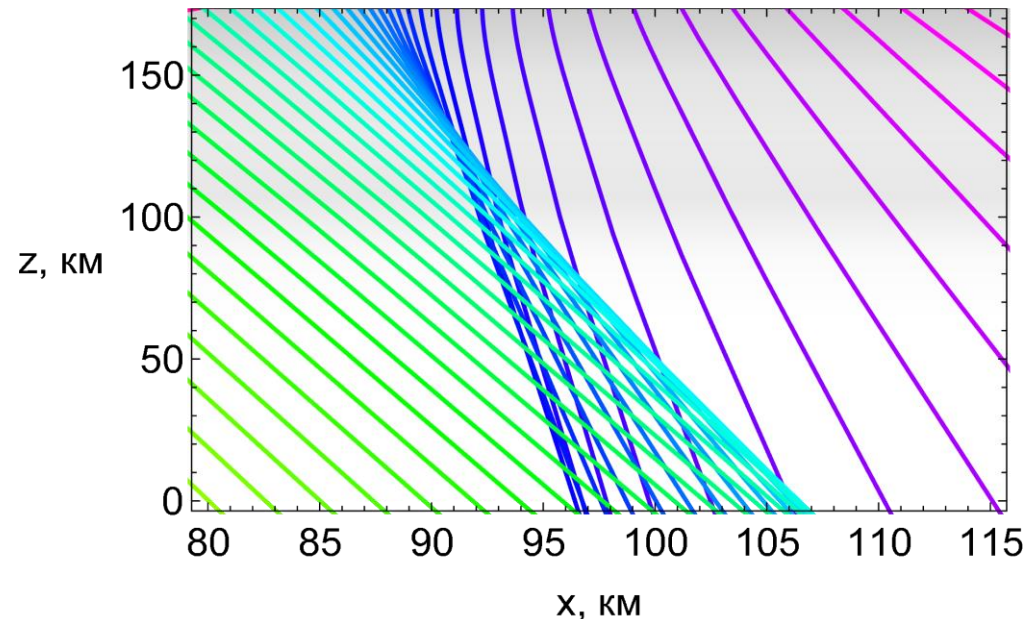


Рис. 6. Характеристики распространения: а) – лучевые траектории, б) – окрестность каустического острья; положение центра ПИВ $x_d = 135$ км

Рис. 6 б – это фрагмент рис. 6 а, на котором показана окрестность каустического острья. Голубым цветом показана верхняя каустика, а синим – нижняя, причем область многолучевости занимает достаточно большой объём в пространстве – по высоте от 0 до 120 км.

Лучевая структура в центре каустического острия

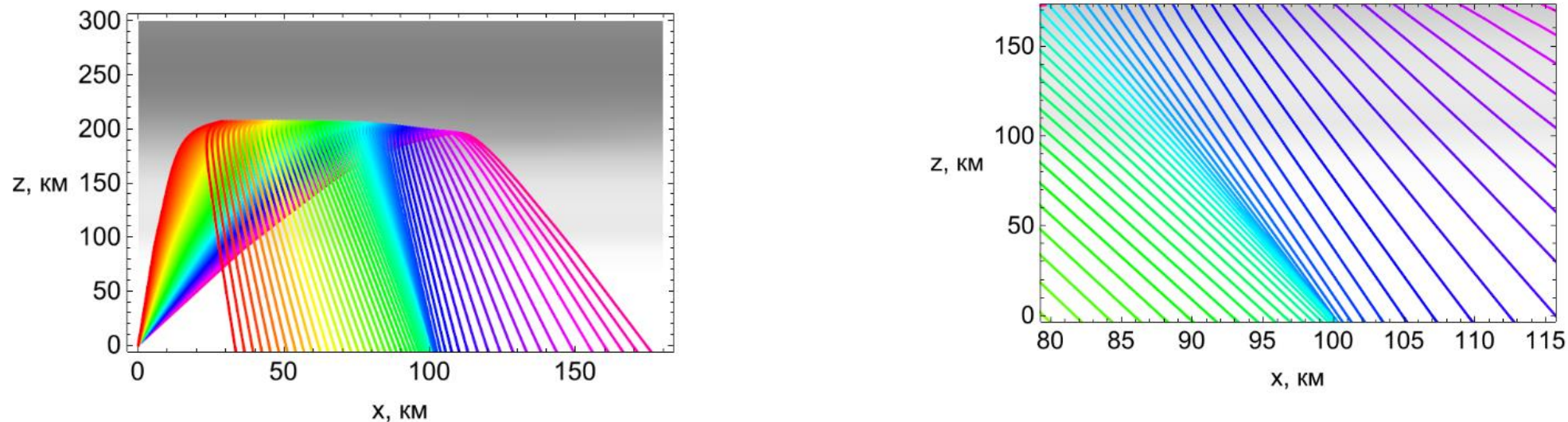


Рис. 7. Характеристики распространения: а) – лучевые траектории, б) – окрестность каустического острия; положение центра ПИВ $x_d = 133$ км

Если уменьшить частоту, центр каустического острия опускается на поверхность Земли, как это показано на рис. 7 а и б.

При этом S-образный участки кривых, описывающих зависимости доплеровского сдвига частоты и угла выхода лучей, переходят в вертикальные линии (рис. 8), а петля времени вырождается в точку возврата – каустическое острие (рис.9).

Доплеровский сдвиг и Угол выхода луча в центре каустического острья

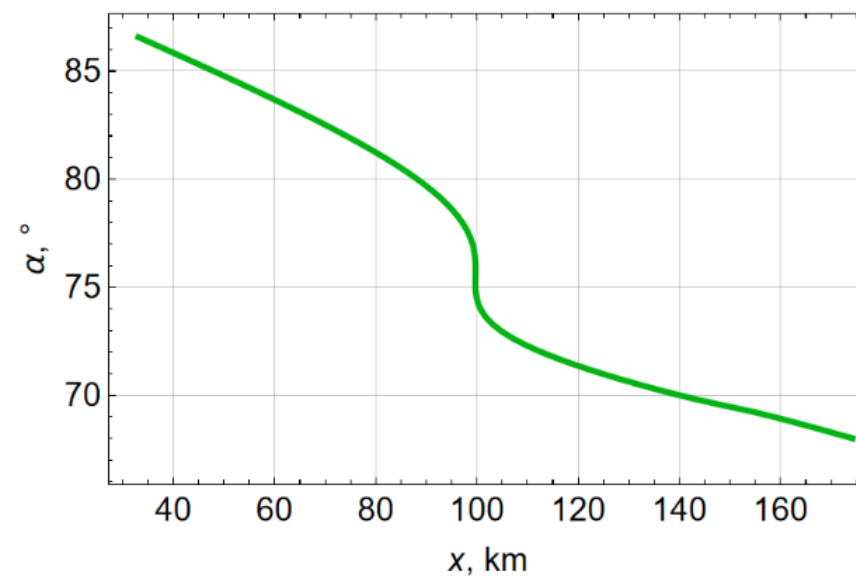
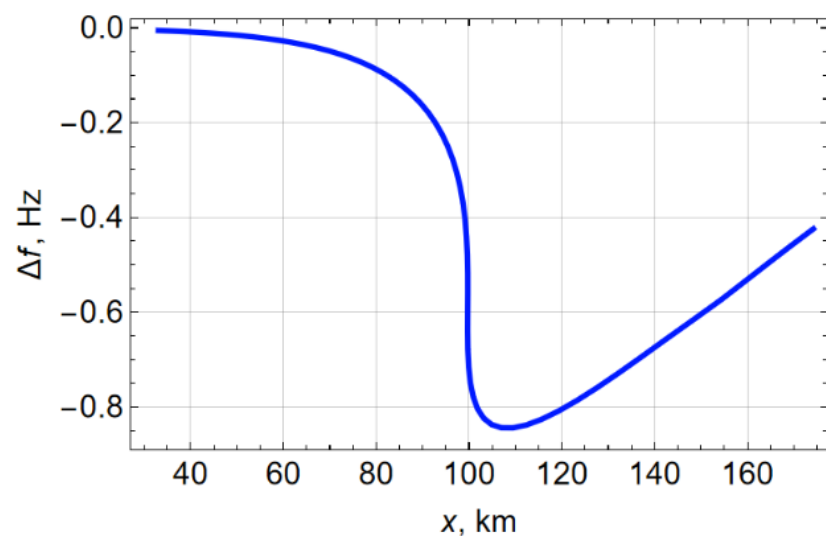


Рис. 8. Зависимость от расстояния x : а) – доплеровского смещения частоты, б) – угла выхода луча α ; $x_d = 133$ км.

Задержка t в центре каустического острия

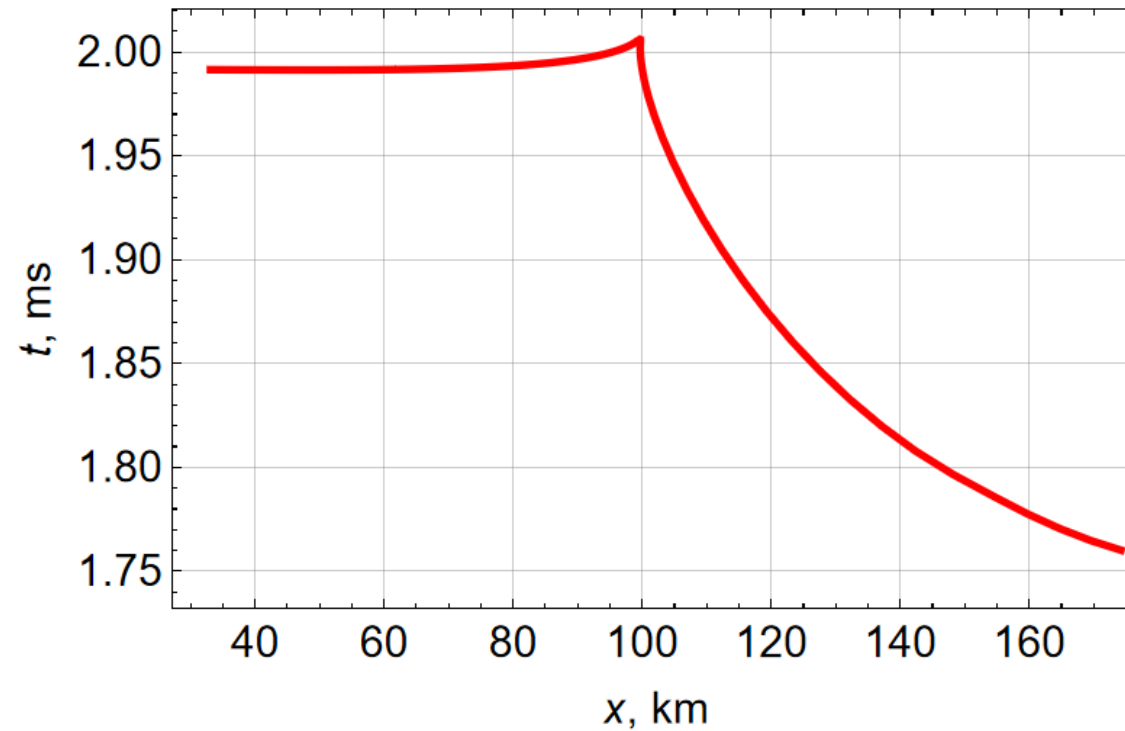


Рис. 9. Зависимость группового времени t от расстояния x ; $x_d = 133$ км.

Выводы

- Методом бихарактеристик Гамильтона -Лукина исследованы изменения доплеровских, временных и угловых характеристик ПИВ в магнитоактивной анизотропной ионосферной плазме вдоль траектории распространения радиоволн.
 - Показано, что доплеровское смещение частоты может достигать 1 Гц, имеет форму колебания типа синусоиды, причем знаки смещения меняются, когда ПИВ проходит через середину трассы, что подтверждается экспериментальными данными [1-3].
 - Аналогичную форму имеет графики зависимости угла выхода радиосигнала. Длительность колебания оценена как 18 мин.
-
- 1. Лукин Д.С., Заец П.Г., Макальский С.А., Чешев Ю.В., Школьников В.А., Палкин Е.А. Доплеровский метод экспериментального исследования квазиволновых процессов в ионосфере // XIII Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. Горький, 19–20 июня 1981 г. М.: Наука, 1981. Т.1. С. 49–52.
 - 2. Заец П.Г., Ипатов Е.Б., Лукин Д.С., Макальский С.А., Палкин Е.А., Чешев Ю.В., Школьников В.А. Экспериментальные исследования доплеровских спектров КВ-сигналов, излучаемых с ИСЗ // XIII Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. Горький, 19–20 июня 1981 г. М.: Наука, 1981. Т.1. С. 238–240.
 - 3. Гузминов П.П., Заец П.Г., Лукин Д.С., Палкин Е.А., Чешев Ю.В. Исследование ионосферы амплитудно-доплеровским методом. постановка эксперимента, методика обработки данных на ЭВМ // Распространение и дифракция волн в неоднородных средах. М.: МФТИ, 1989. С. 15–23.

Выводы

- Показано, что при перемещении ПИВ возникают две каустические структуры типа каустическое остриё – A_3 , характеризующиеся S-образными кривыми.
- На графике зависимости группового времени от положения центра ПИВ такой области соответствует петля времени.
- Прохождение ПИВ через центр траектории приводит к образованию экстремума на кривой зависимости группового времени от положения центра ПИВ.

- Авторы выражают благодарность профессору Д.С. Лукину за полезные советы и конструктивную критику.

Литература

- Лукин Д.С., Школьников В.А. Численный метод расчета эффекта Доплера и приведённой разности доплеровских частот радиоволн, излучаемых когерентно с ИСЗ // Космические исследования, 1968. Т.6, № 3. С.389-394.
- Лукин Д.С., Школьников В.А. Исследование влияния регулярных горизонтальных градиентов, локальной и интегральной электронных концентраций ионосферы на величину и характер изменения вдоль орбиты ИСЗ приведённой разности доплеровских смещённых частот // Космические исследования, 1972. Т.10, № 1. С.66-72.
- Лукин Д.С., Заец П.Г., Макальский С.А., Чешев Ю.В., Школьников В.А., Палкин Е.А. Доплеровский метод экспериментального исследования квазиволновых процессов в ионосфере // XIII Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. Горький, 19–20 июня 1981 г. М.: Наука, 1981. Т.1. С. 49–52.
- Заец П.Г., Ипатов Е.Б., Лукин Д.С., Макальский С.А., Палкин Е.А., Чешев Ю.В., Школьников В.А. Экспериментальные исследования доплеровских спектров КВ-сигналов, излучаемых с ИСЗ // XIII Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. Горький, 19–20 июня 1981 г. М.: Наука, 1981. Т.1. С. 238–240.
- Гузминов П.П., Заец П.Г., Лукин Д.С., Палкин Е.А., Чешев Ю.В. Исследование ионосферы амплитудно-доплеровским методом. постановка эксперимента, методика обработки данных на ЭВМ // Распространение и дифракция волн в неоднородных средах. М.: МФТИ, 1989. С. 15–23.
- Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере. // Космические исследования, 1967. Т. 5. Вып. 4. С. 593–600.
- Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1973. 502 с.
- Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Распространение частотно-модулированного излучения электромагнитных волн в ионосфере земли с учетом поглощения и внешнего магнитного поля // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64. № 1. С. 3–14.

Литература

- Крюковский А.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Исследование распространения частотно-модулированных пространственно-временных сигналов в неоднородной анизотропной ионосфере // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. 2013. № 4. С. 47–52.
- Крюковский А.С., Скворцова Ю.И. Математическое моделирование распространения радиоволн в нестационарной плазме с учетом кривизны поверхности Земли и ионосферных слоев // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. 2016. № 1-2. С. 34–40.
- Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Численное моделирование распространения пространственно-временных частотно-модулированных радиоволн в анизотропной среде // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т. 9. № 9. С. 40–47.
- Крюковский А.С., Лукин Д.С. К вопросу о поле в окрестности каустического острия в ионосферном плазменном слое // Радиотехника и электроника. 1981. Т. 26. № 6. С. 1121–1126.
- Крюковский А.С., Лукин Д.С., Палкин Е.А. Численное сравнение двух асимптотических методов решение задач дифракции волн в плавно неоднородных средах. // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 1. С. 79–88.

Спасибо за внимание !