

Численное моделирование переноса теплового излучения дождевой атмосферы методом последовательных порядков рассеяния в микроволновом диапазоне

Копцов Я.В. (1), Илюшин Я.А. (1,2), Кутуза Б.Г. (2)

(1) МГУ имени М.В. Ломоносова,

физический факультет, Москва, Россия

(2) Институт радиотехники и электроники

им. В.А. Котельникова РАН, Москва, Россия

Москва, 2024

Цели

- ◆ Численное моделирование теплового радиоизлучения в атмосферы, учитывая температуру подстилающей поверхности и стратификацию атмосферы по температуре в дождь.
- ◆ Проанализировать возможность применения метода последовательных кратностей рассеяния в дискретных ординатах при решении этой задачи.

Моделирование радиояркостной температуры

Поляризованное излучение в плоскостойкой рассеивающей среде подчиняется одномерному уравнению переноса излучения:

$$\mu_z \frac{\partial}{\partial z} I(z, \vec{\Omega}) = -\hat{\sigma}_z I(z, \vec{\Omega}) + \frac{1}{4\pi} \int \hat{x}(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') I(z, \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' + \bar{\sigma}_a(\vec{\Omega}) B_\lambda(T_2(z)), \quad (1)$$

с граничными условиями

$$I(0, \Omega \cdot z > 0) = \{2T_1 + 2T_D, Q_1, 0, 0\} \quad (2)$$

$$I(z_0, \Omega \cdot z < 0) = \{0, 0, 0, 0\}$$

где z единичный вектор положительного направления оси z , T_1 собственная радиояркостная температура подстилающей поверхности, T_D радиояркостная температура диффузного отражения поверхности, $T_2(z)$ термодинамическая температура атмосферы. В настоящей работе везде принято приближение Рэлея-Джинса.

Моделирование радиояркостной температуры

Дискретные ординаты

Согласно методу дискретных ординат, интеграл рассеяния в приближенно заменяется конечной суммой:

$$\frac{\partial}{\partial z} I_i = -\mu_i^{-1} \hat{\sigma}_z I_i + 2\pi\mu_i^{-1} \sum_{i,j} x(\vec{\Omega}_i, \vec{\Omega}_j) a_j I_j + \mu_i^{-1} S F_i(z),$$

с граничными условиями

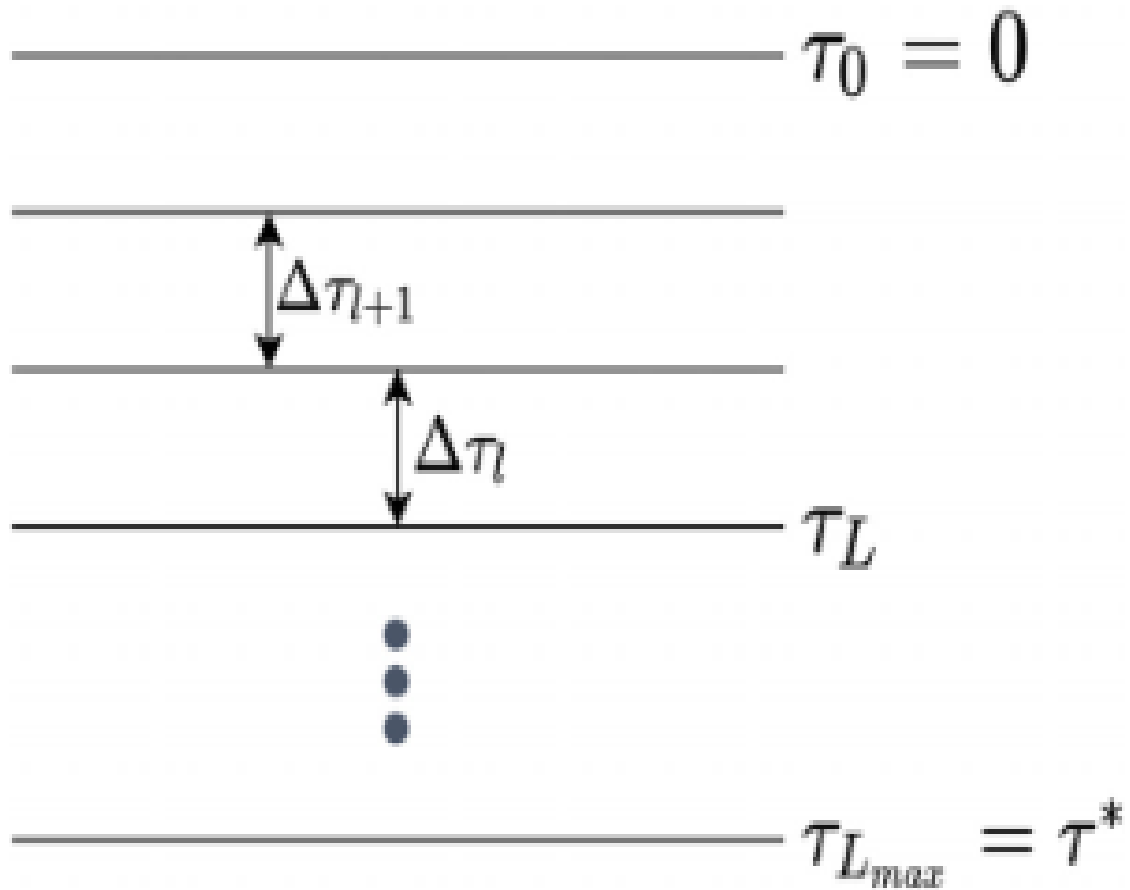
$$I_i(0, \mu_i > 0) = \{2T_1 + 2T_D, Q_1, 0, 0\}$$

$$I_i(z_0, \mu_i < 0) = \{0, 0, 0, 0\}$$

где a_i и μ_i – веса и направляющие косинусы по оси z (дискретные ординаты) используемой квадратурной формулы,
 $S F_i = \bar{\sigma}_a(\vec{\Omega}) B_\lambda(T_2(z))$ – функция источников теплового излучения,
 I_i – потоки излучения в дискретных направлениях.

Моделирование радиояркостной температуры

Схема



N = 302

G29

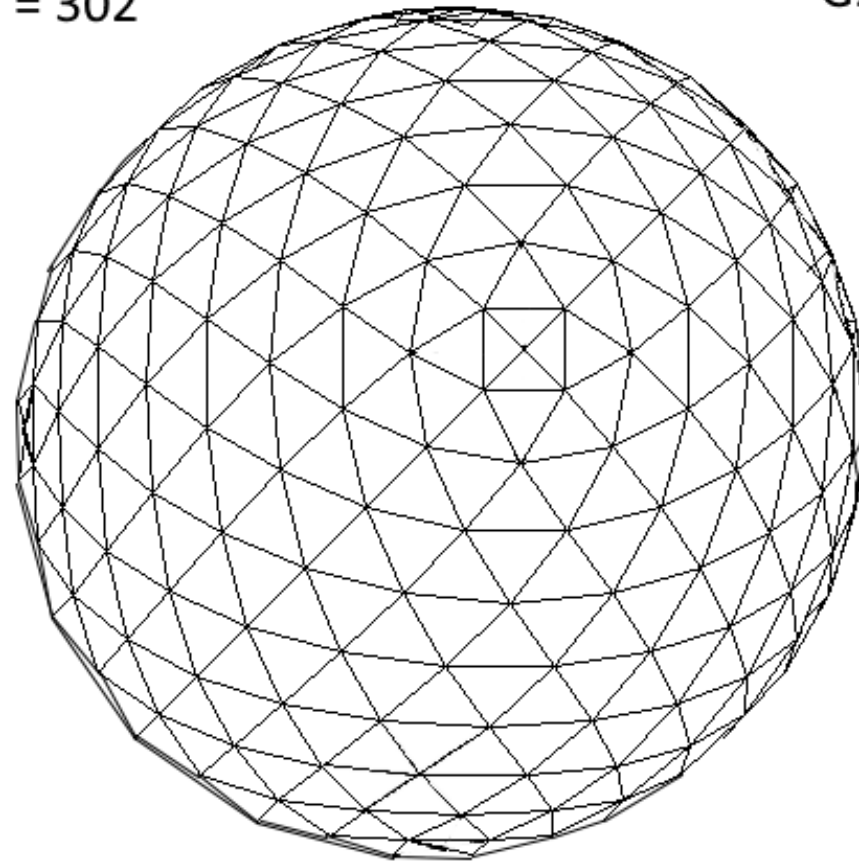


Схема по оси z

Схема по дискретным углам

Радиояркостьная температура ламбертовского отражения

T_D радиояркостьная температура диффузного (ламбертовского) отражения, определяемая равенством

$$T_D \int_0^1 \mu d\mu = -R \int_{-1}^0 T(\mu) \mu d\mu$$

при $z = 0$. В дискретных координатах формула принимает вид

$$T_D \sum_{\mu_i > 0} \mu_i a_i = -R \sum_{\mu_i < 0} T_i \mu_i a_i$$

где R - коэффициент диффузного отражения подстилающей поверхности.

Расчет последовательных порядков рассеяния

Расчет последовательных порядков рассеяния формально введём в уравнение переноса излучения (1) альбедо однократного рассеяния Λ :

$$\mu_z \frac{\partial}{\partial z} I(z, \vec{\Omega}) = -\hat{\sigma}_z I(z, \vec{\Omega}) + \frac{\Lambda}{4\pi} \int \hat{x}(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') I(z, \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}' + \bar{\sigma}_a(\vec{\Omega}) B_\lambda(T_2(z))$$

Будем искать решение уравнения в виде степенного ряда по Λ :

$$I(z, \vec{\Omega}) = I^{(0)}(z, \vec{\Omega}) + \Lambda I^{(1)}(z, \vec{\Omega}) + \Lambda^2 I^{(2)}(z, \vec{\Omega}) + \dots \quad (3)$$

Расчет последовательных порядков рассеяния

Подставляя решение данного вида в уравнение (3), получим бесконечную систему зацепленных уравнений вида:

$$\mu_z \frac{\partial}{\partial z} I^{(0)}(z, \vec{\Omega}) = -\hat{\sigma}_z I^{(0)}(z, \vec{\Omega}) + \bar{\sigma}_a(\vec{\Omega}) B_\lambda(T_2(z)),$$

$$\mu_z \frac{\partial}{\partial z} I^{(1)}(z, \vec{\Omega}) = -\hat{\sigma}_z I^{(1)}(z, \vec{\Omega}) + \frac{\Lambda}{4\pi} \int \hat{x}(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') I^{(0)}(z, \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}',$$

$$\mu_z \frac{\partial}{\partial z} I^{(2)}(z, \vec{\Omega}) = -\hat{\sigma}_z I^{(2)}(z, \vec{\Omega}) + \frac{\Lambda}{4\pi} \int \hat{x}(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') I^{(1)}(z, \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}',$$

Расчет последовательных порядков рассеяния

При $\Lambda = 1$ эта система уравнений эквивалентна исходному уравнению переноса излучения.

При этом уравнения для дискретизированных интенсивностей $I_i^{(n)}$ полностью разделены и для каждой из них независимо решается задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с начальным условием на нижней или верхней границе при $\mu_i > 0$ или $\mu_i < 0$, соответственно.

Расчет последовательных порядков рассеяния

Неоднородное граничное условие (2) также может быть разделено по кратностям рассеяния следующим образом:

$$I^{(0)}(0, \Omega \cdot z > 0) = \{2T_1, Q_1, 0, 0\}$$

$$I^{(1)}(0, \Omega \cdot z > 0) = \{2T_D^{(0)}, 0, 0, 0\}$$

$$I^{(2)}(0, \Omega \cdot z > 0) = \{2T_D^{(1)}, 0, 0, 0\}$$

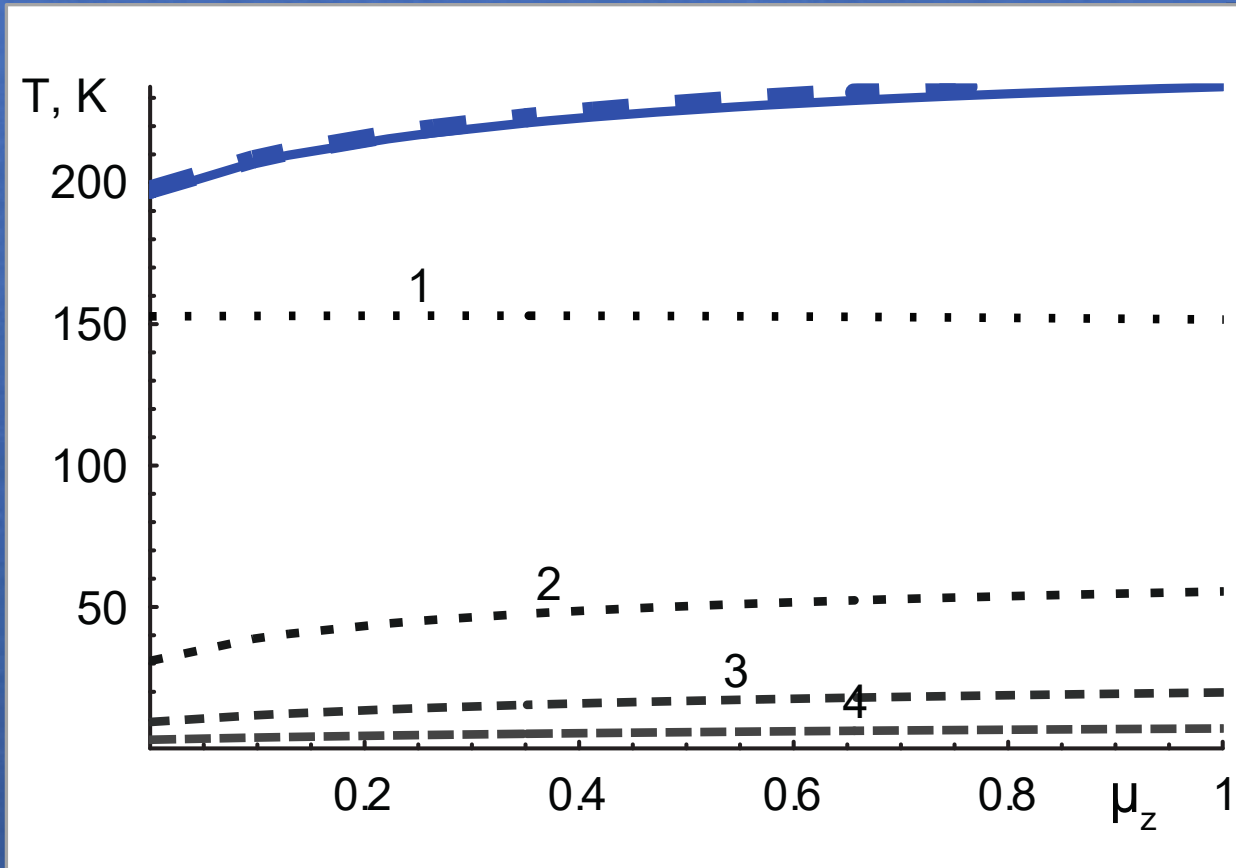
где $T_D^{(n)}$ радиояростная температура диффузного Ламбертовского отражения соответствующей кратности излучения.

Пример расчета

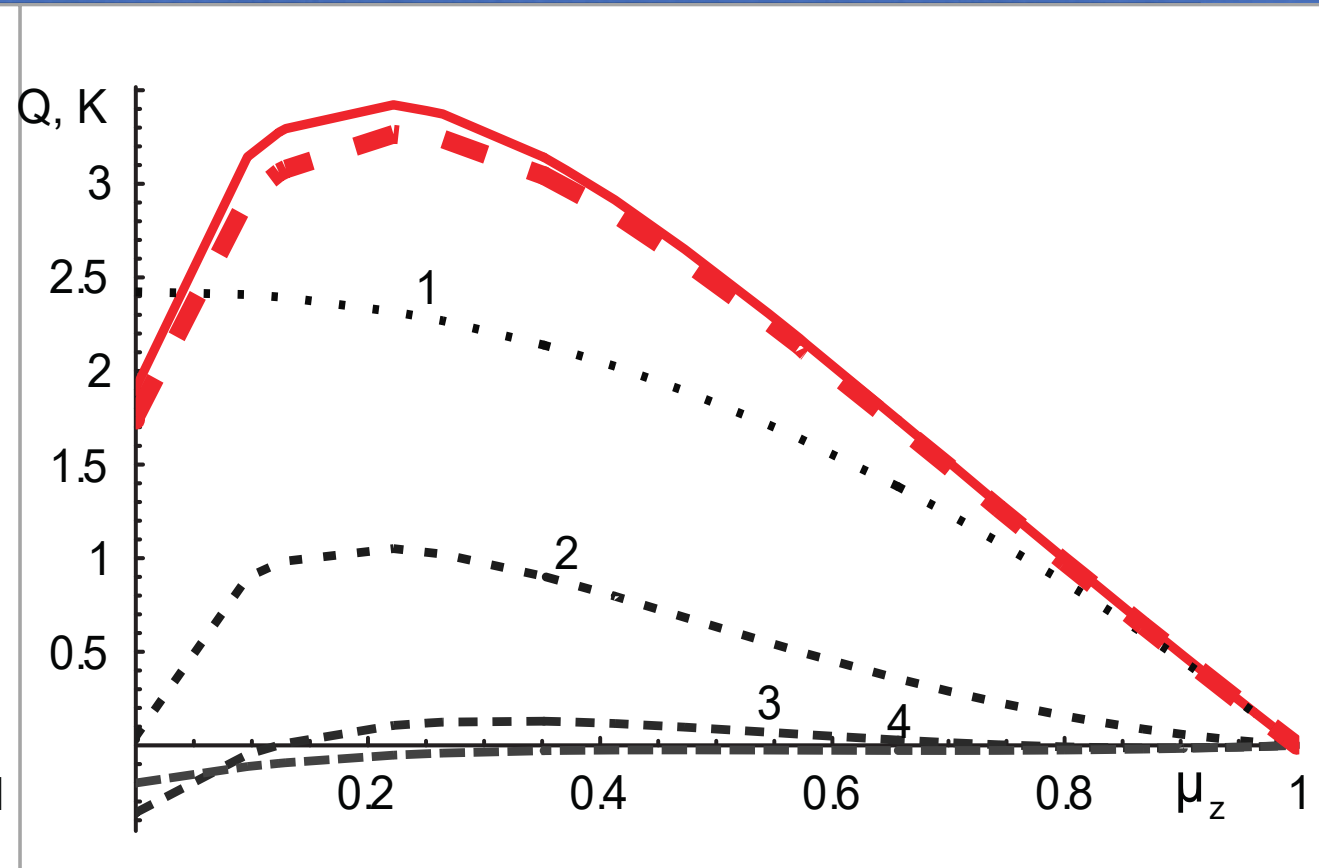
Интенсивность дождя 100 мм/ч, толщина слоя 3 км, параметры Стокса теплового радиоизлучения подстилающей поверхности соответственно $T_1 = 300 \text{ K}$ и $Q_1 = 10 * (1 - \mu_z) \text{ K}$, длина волны 3 мм.

Коэффициент диффузного отражения от подложки принят равным нулю. Поглощение в окружающем воздухе приближенно принято согласно [4] равным $330 * 10^{-6} \text{ м}^{-1}$.

Пример расчета. $\lambda = 3\text{мм}$. Графики

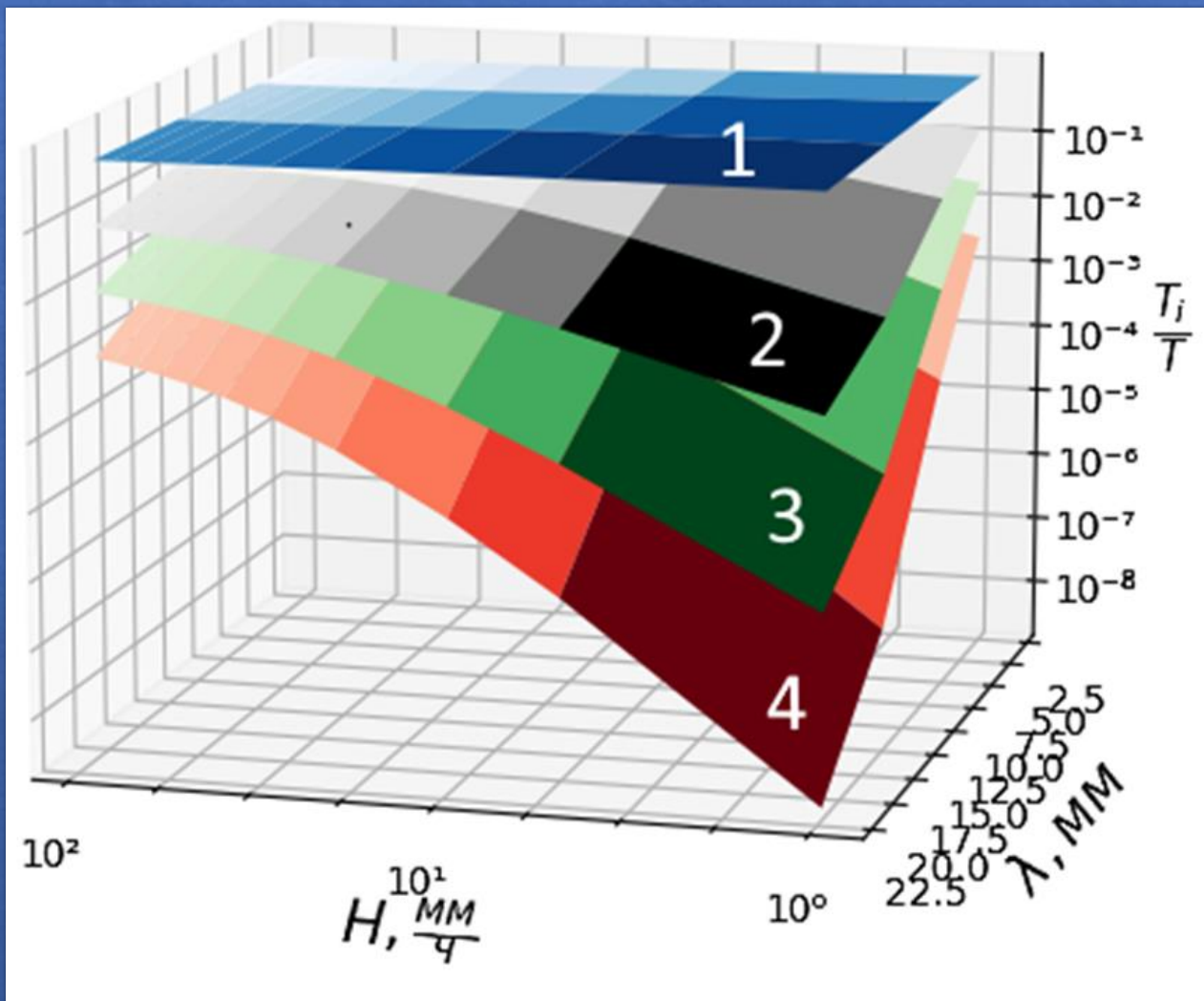


Угловое распределение радиояркой температуры уходящего радиотеплового излучения с разделением по кратностям



Угловое распределение второго параметра Стокса Q уходящего радиотеплового излучения с разделением по кратностям.

Относительный вклад последовательных кратностей рассеянного излучения в интегральный отходящий поток в верхнюю полусферу от интенсивности дождя



- ◇ Синий - первая кратность, черный - вторая, зелёный - третья, красный - четвертая.
- ◇ Интенсивность дождя и относительный вклад последовательных кратностей представлены в логарифмическом масштабе.
- ◇ Длины волн выбраны в окнах прозрачности атмосферы, $\lambda = 3, 8, 15, 22$ мм. Плоскости построены дл

Ошибка решения для первого и второго параметров Стокса с использованием кратности от 1 до 4 в зависимости от интенсивности дождя. $\lambda = 3$ мм. Ошибка указана в градусах К в равномерной метрике в С.

Н, мм/ч	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$err(I)_1, \text{ К}$	31.63	71.41	85.82	97.28	102.81	106.25	108.67	110.50	111.95	113.13	114.12	114.97
$err(Q)_1, \text{ К}$	0.70	0.78	0.97	1.01	0.98	0.94	0.90	0.90	0.93	0.95	0.97	0.98
$err(I)_2, \text{ К}$	4.77	21.73	30.33	37.71	41.44	43.84	45.55	46.85	47.89	48.75	49.46	50.08
$err(Q)_2, \text{ К}$	0.19	0.58	0.72	0.85	0.92	0.97	1.01	1.04	1.07	1.09	1.12	1.13
$err(I)_3, \text{ К}$	0.74	6.47	10.55	14.36	16.38	17.69	18.64	19.36	19.94	20.41	20.81	21.15
$err(Q)_3, \text{ К}$	0.03	0.24	0.36	0.46	0.54	0.60	0.65	0.70	0.73	0.77	0.81	0.84
$err(I)_4, \text{ К}$	0.16	1.83	3.51	5.23	6.17	6.78	7.22	7.55	7.81	8.01	8.18	8.32
$err(Q)_4, \text{ К}$	0.02	0.13	0.22	0.32	0.39	0.45	0.49	0.54	0.57	0.61	0.64	0.67

Ошибка решения для первого и второго параметров Стокса с использованием кратности от 1 до 4 в зависимости от интенсивности дождя.

$\lambda = 8$ мм. Ошибка указана в градусах К в равномерной метрике в С.

Н, мм/ч	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$err(I)_1, \text{ К}$	68.43	85.19	90.90	94.07	96.24	97.87	99.16	100.21	101.10	101.86
$err(Q)_1, \text{ К}$	2.34	2.17	2.10	2.07	2.05	2.04	2.04	2.03	2.03	2.03
$err(I)_2, \text{ К}$	18.33	28.18	32.02	34.16	35.61	36.68	37.51	38.17	38.71	39.15
$err(Q)_2, \text{ К}$	1.26	1.64	1.76	1.83	1.88	1.92	1.95	1.97	1.99	2.01
$err(I)_3, \text{ К}$	4.72	9.03	10.89	11.88	12.51	12.95	13.26	13.48	13.64	13.75
$err(Q)_3, \text{ К}$	0.42	0.76	0.93	1.05	1.15	1.22	1.27	1.29	1.32	1.33
$err(I)_4, \text{ К}$	1.01	2.52	3.17	3.45	3.57	3.60	3.57	3.50	3.41	3.38
$err(Q)_4, \text{ К}$	0.19	0.43	0.57	0.68	0.77	0.84	0.89	0.94	0.97	0.96

Ошибка решения для первого и второго параметров Стокса с использованием кратности от 1 до 4 в зависимости от интенсивности дождя. $\lambda = 15$ мм. Ошибка указана в градусах К в равномерной метрике в С.

Н, мм/ч	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$err(I)_1, \text{ К}$	3.20	15.96	24.69	35.48	44.28	51.52	56.15	59.23	61.39	63.00	64.25	65.26
$err(Q)_1, \text{ К}$	0.52	2.66	4.04	5.03	5.32	5.62	5.83	5.99	6.11	6.20	6.28	6.35
$err(I)_2, \text{ К}$	0.30	0.75	2.00	4.68	7.52	9.94	11.69	12.95	13.89	14.59	15.15	15.60
$err(Q)_2, \text{ К}$	0.03	0.08	0.37	1.06	1.56	1.90	2.14	2.31	2.43	2.54	2.62	2.69
$err(I)_3, \text{ К}$	0.28	0.11	0.14	0.47	1.03	1.59	2.03	2.36	2.60	2.77	2.89	2.97
$err(Q)_3, \text{ К}$	0.03	0.03	0.03	0.18	0.34	0.47	0.57	0.64	0.70	0.75	0.79	0.82
$err(I)_4$	0.28	0.09	0.06	0.14	0.22	0.30	0.39	0.50	0.61	0.73	0.85	0.98
$err(Q)_4$	0.03	0.03	0.02	0.04	0.08	0.11	0.14	0.17	0.19	0.20	0.21	0.22

Ошибка решения для первого и второго параметров Стокса с использованием кратности от 1 до 4 в зависимости от интенсивности дождя. $\lambda = 22$ мм. Ошибка указана в градусах К в равномерной метрике в С.

Н, мм/ч	10	20	30	60	80	90
$err(I)_1, \text{ К}$	12.27	16.93	20.24	26.71	30.76	32.34
$err(Q)_1, \text{ К}$	1.96	2.69	3.00	3.21	3.38	3.45
$err(I)_2, \text{ К}$	0.36	0.83	1.31	2.52	3.33	3.65
$err(Q)_2, \text{ К}$	0.03	0.13	0.25	0.52	0.63	0.67
$err(I)_3, \text{ К}$	0.04	0.03	0.06	0.15	0.19	0.22
$err(Q)_3, \text{ К}$	0.02	0.01	0.02	0.07	0.10	0.11
$err(I)_4, \text{ К}$	0.03	0.05	0.07	0.15	0.21	0.24
$err(Q)_4, \text{ К}$	0.02	0.02	0.01	0.01	0.02	0.02

Таблицы показывают, что ошибка решения быстро убывает с ростом количества используемых кратностей даже для больших интенсивностей дождя.

Результаты

- ◆ Рассчитан перенос теплового радиоизлучения дождевой атмосферы в миллиметровом диапазоне длин волн 3, 8, 15.4 и 22 мм методом ПКР
- ◆ Проведены сравнительные оценки относительных вкладов различных кратностей излучения в интегральный восходящий тепловой радиационный поток
- ◆ Подтверждена возможность применения метода ПКР в дискретных ординатах при решении задачи переноса излучения в дождевой атмосфере
- ◆ Показано, что для дождевой атмосферы данный подход является наиболее экономичным

Список литературы

1. Ulaby F.T., Moore R.K., Fung A.K. Microwave Remote Sensing, Active and Passive, V.1. Addison- Wesley, Reading, MA, 1981.
2. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972. 418 с.
3. Kutuza, B.G. and Zagorin, G.K. and Hornbostel, A. and Schroth, A. (1998) Physical modeling of passive polarimetric microwave observations of the atmosphere with respect to the third Stokes parameter. Radio Science, 33, pp. 677-696.
4. Илюшин Я. А., Кутуза Б. Г. ВЛИЯНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ ОСАДКОВ НА ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УХОДЯЩЕГО МИКРОВОЛНОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ АТМОСФЕРЫ // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. — 2016. — Т. 52, № 1. — С. 83–91.

Спасибо за внимание